

## ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ МНОГОСТАВОЧНЫХ ТАРИФОВ НА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИЮ

Зайцева Ю. В.

(Волгоградский государственный университет, Волгоград)  
zaytseva\_julia@rambler.ru

*Рассматриваются оптимизационные модели двухставочного и гладкого нелинейного тарифов на электроэнергию. Критерием оптимизации является максимум функции общественного благосостояния. Эта функция отражает интересы как потребителей, так и производителей электроэнергии. Приводится пример построения оптимального двухставочного и оптимального гладкого нелинейного тарифов на электроэнергию, отпускаемую конечным потребителям. Проводится сравнение этих тарифов между собой, а также с традиционным одноставочным тарифом.*

Ключевые слова: естественная монополия, оптимальный тариф, многоставочный тариф, функция общественного благосостояния.

### **Введение**

Эффективное функционирование естественных монополий является необходимым условием эффективного функционирования экономики в целом, оптимальной структуры издержек в смежных отраслях и в итоге – благосостояния потребителей конечной продукции. Однако естественные монополии могут использовать свое положение в ущерб другим участникам хозяйственного оборота и конечным потребителям, сокращая уровень производства и устанавливая необоснованно высокие цены. Поэтому цены на продукцию и услуги естественных монополий подвергаются, в той или иной степени, регулирова-

нию и контролю со стороны государства во всех развитых странах мира.

Действующие в настоящий момент принципы ценообразования в сфере естественной монополии в России ориентированы, как правило, лишь на установление тарифов, гарантирующих инвестиционную привлекательность соответствующих секторов за счет включения в тариф норм возврата капитала с учетом его доходности. Между тем, регулирование цен, основанное на оптимизационных моделях ценообразования, могло бы обеспечить баланс интересов всех участников рынка: потребителей (доступные цены), регулируемых предприятий (финансовые результаты, привлекательные для кредиторов и инвесторов) и государства.

Наиболее привлекательны для исследования и последующего внедрения в практику ценообразования оптимизационные модели многоставочных тарифов, так как они позволяют достичь большего значения функции общественного благосостояния, чем одноставочные.

### **1. Оптимизационная модель двухставочного тарифа**

Наиболее простым нелинейным тарифом является двухставочный тариф, включающий в себя плату за подключение  $\varepsilon$  и ставку (предельную цену)  $P$  за каждую единицу приобретенного продукта. Расходы потребителя в зависимости от объема потребления  $Q$  при двухставочном тарифе ( $P$ ,  $\varepsilon$ ) определяются функцией  $R(Q) = \varepsilon + P \cdot Q$ . Для промышленных потребителей электроэнергии в настоящее время действует такой тариф. Плата за подключение зависит от мощности, являясь фактически функцией потребления. В настоящей работе рассматривается методика построения двухставочного тарифа для бытовых потребителей электроэнергии. Плата за подключение предполагается не зависящей от объема потребления.

Рассмотрим метод построения оптимального двухставочного тарифа, предложенный в монографии [3]. Предположим, что спрос потребителей на продукт естественной монополии зави-

сит не только от его цены, но и от параметра  $\theta$ , позволяющего различать потребителей по их приверженности к данному продукту. На практике таким параметром может быть доход потребителей. Поэтому в дальнейшем параметр  $\theta$  будем называть доходом. Обозначим через  $Q = Q(P, \theta)$  двухфакторную функцию спроса на продукт естественной монополии. Обратную функцию спроса обозначим через  $p = p(Q, \theta)$ . Доход будем рассматривать как случайную величину с известной функцией распределения  $G(x)$  и плотностью распределения  $g(x)$ .

Предположим, что потребителям предложен двухставочный тариф с платой за подключение  $\varepsilon$  и предельной ценой  $P$ . Для вычисления излишка потребителя с доходом  $\theta$  проинтегрируем разность между его готовностью платить за  $q$  единиц товара  $p = p(q, \theta)$  и реально уплаченной ценой  $P$  по всем единицам приобретенного товара. Далее вычтем из полученной величины входную плату  $\varepsilon$ . Получим излишек потребителя

$$(1) \quad S(P, \varepsilon, \theta) = \int_0^{Q(P, \theta)} (p(q, \theta) - P) dq - \varepsilon.$$

Обозначим через  $\theta_0 = \theta_0(P, \varepsilon)$  значение дохода, при котором покупатель получает нулевой излишек при тарифе  $(P, \varepsilon)$ :  $S(P, \varepsilon, \theta_0) = 0$ . Все покупатели со значением дохода  $\theta < \theta_0(P, \varepsilon)$  не будут совершать покупку при тарифе  $(P, \varepsilon)$ , так как их излишек окажется отрицательным. Через  $\theta_{\max}$  обозначим наибольшее из возможных значений дохода  $\theta$ . Проинтегрируем излишки потребителей (1) со всеми возможными значениями дохода  $\theta$  (от  $\theta_0$  до  $\theta_{\max}$ ) с весами, равными плотностям вероятности для этих значений. Получим средний потребительский излишек при двухставочном тарифе  $(P, \varepsilon)$ :

$$(2) \quad S(P, \varepsilon) = \int_{\theta_0(P, \varepsilon)}^{\theta_{\max}} S(P, \varepsilon, x) g(x) dx.$$

Предположим, что функция издержек естественной монополии на одного среднего потребителя линейна:  $C(Q) = F + c \cdot Q$ . Здесь  $F$  – постоянные издержки в расчете на одного среднего потребителя,  $c$  – предельные издержки. Тогда излишек произво-

дителя, полученный естественной монополией при обслуживании потребителя со значением дохода  $\theta \geq \theta_0$ , равен

$$(3) \quad \Pi(P, \varepsilon, \theta) = (P - c) \cdot Q(P, \theta) + \varepsilon.$$

Средняя прибыль фирмы на одного потребителя при двухставочном тарифе  $(P, \varepsilon)$  составит величину

$$(4) \quad \Pi(P, \varepsilon) = \int_{\theta_0(P, \varepsilon)}^{\theta_{\max}} \Pi(P, \varepsilon, x) g(x) dx - F.$$

В монографии [3] предложена функция общественного благосостояния  $W(P, \varepsilon)$ , равная сумме среднего потребительского излишка (2) и средней прибыли естественной монополии (4):

$$(5) \quad W(P, \varepsilon) = S(P, \varepsilon) + \Pi(P, \varepsilon).$$

В монографии [2] решена задача нахождения максимума функции общественного благосостояния (5) при условии безубыточности фирмы:

$$(6) \quad \begin{cases} \max_{P, \varepsilon} W(P, \varepsilon), \\ \Pi(P, \varepsilon) = 0. \end{cases}$$

Оптимальный двухставочный тариф задается формулами

$$(7) \quad \frac{P - c}{P} = -k \frac{1}{E_p(\bar{Q})} \cdot \left( 1 - \frac{E_\varepsilon(\bar{Q})}{E_\varepsilon(N)} \right),$$

$$(8) \quad \frac{(P - c) \cdot Q(P, \theta_0) + \varepsilon}{\varepsilon} = -k \frac{1}{E_\varepsilon(N)}$$

Здесь  $E_\varepsilon(N)$  – эластичность участия по входной цене, показывает процентное сокращение доли участников рынка при увеличении платы за подключение на 1%;  $E_\varepsilon(\bar{Q})$  и  $E_p(\bar{Q})$  – эластичности среднего спроса по входной и по предельной ценам соответственно. Эти величины показывают процентное сокращение среднего спроса при увеличении платы за подключение или предельной цены на 1%. Константа  $k > 0$  выбирается из условия безубыточности фирмы:  $\Pi(P, \varepsilon) = 0$ .

Из условия (7) следует, что, как и в случае хорошо известного ценообразования Рамсея, относительное отклонение цены

от предельных издержек должно быть обратно пропорционально эластичности среднего спроса по предельной цене  $P$ . Отличие от обычной формулы Рамсея состоит в присутствии корректирующего множителя  $1 - \frac{E_\varepsilon(\bar{Q})}{E_\varepsilon(N)}$ , учитывающего эластичность среднего спроса и эластичность участия по плате за подключение.

Величина  $(P - c) \cdot Q(P, \theta_0) + \varepsilon$  в формуле (8) представляет собой прибыль, полученную фирмой от потребителя с доходом  $\theta_0$ . Другие потребители, участвующие на данном рынке, имеют значение дохода  $\theta > \theta_0$  и, соответственно, спрос  $Q(P, \theta) > Q(P, \theta_0)$ . Следовательно, фирма получит от них прибыль, не меньшую, чем  $(P - c) \cdot Q(P, \theta_0) + \varepsilon$ . Из формулы (8) следует, что чем ниже эластичность участия по плате за подключение  $E_\varepsilon(N)$ , тем выше должна быть эта плата, и тем в большей степени издержки фирмы должны покрываться за счет высокой платы за подключение. Если участие имеет высокую эластичность по плате за подключение  $E_\varepsilon(N)$ , то издержки фирмы должны покрываться в основном за счет высокой предельной цены  $P$ , а плата за подключение  $\varepsilon$  должна быть относительно низка.

## **2. Оптимизационная модель гладкого нелинейного тарифа**

Многоставочные тарифы включают в себя плату за подключение к сети (или плату за право пользования услугой) и последовательность ставок, зависящих от объема потребления. Чем большее число ставок включает тариф, тем большее значение функции общественного благосостояния может быть достигнуто. Увеличивая число ставок, можно построить оптимальный нелинейный тариф с непрерывной (гладкой) предельной ценой  $P(Q)$ . В этом случае на каждую единицу товара устанавли-

ливается своя цена. Метод построения такого тарифа предложен в работе [3].

Основная идея метода заключается в том, что для любого объема потребления  $Q$  рассматривается рынок, на котором предлагаются очередные  $\Delta Q$  единиц товара (в дальнейшем такой рынок будем называть рынком дополнительного потребления). Величина  $P(Q)$  представляет собой дополнительную плату, которую потребитель должен заплатить фирме, если он изменит объем потребления с  $Q$  до  $Q + \Delta Q$ .

Для каждого уровня потребления  $Q$  и связанного с ним рынка дополнительного потребления определим доход  $\theta_0 = \theta_0(Q, P(Q))$  как доход покупателя, имеющего нулевой излишек на этом рынке. Иными словами, это доход покупателя, чья готовность платить за  $Q$  единиц товара равна предельной цене:  $p(Q, \theta_0) = P(Q)$ . Все покупатели со значением дохода  $\theta < \theta_0(Q, P(Q))$  не будут участвовать на рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q$ , так как они имеют отрицательный излишек на этом рынке, и, следовательно, покупка очередных  $\Delta Q$  единиц товара приведет к сокращению их общего потребительского излишка.

Средний потребительский излишек покупателей на рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q$ , при данном гладком нелинейном тарифе  $P(Q)$  равен

$$(9) \quad S(Q, P(Q)) = \int_{\theta_0(Q, P(Q))}^{\theta_{\max}} (p(Q, x) - P(Q))g(x)dx.$$

Излишек производителя на рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q$ , равен

$$(10) \quad \Pi(Q, P(Q)) = \int_{\theta_0(Q, P(Q))}^{\theta_{\max}} (P(Q) - c)g(x)dx = (P(Q) - c) \cdot (1 - G(\theta_0)).$$

Совокупный излишек на рынке дополнительного потребления, связанного с уровнем потребления  $Q$ , составит

$$(11) \quad W(Q, P(Q)) = S(Q, P(Q)) + \Pi(Q, P(Q)).$$

В [3] функционал общественного благосостояния определяется как интеграл от совокупных излишков на каждом из рынков дополнительного потребления:

$$(12) W(P(\cdot)) = \int_0^{Q_{\max}} W(q, P(q)) dq,$$

где  $Q_{\max} = Q(0, \theta_{\max})$  – спрос потребителя с наибольшим значением дохода при нулевой цене. Каждый потребитель при любом гладком нелинейном тарифе  $P(Q)$  приобретет меньше, чем  $Q_{\max}$  единиц товара.

Средняя прибыль естественной монополии на одного потребителя составит интеграл от излишков производителя на каждом из рынков дополнительного потребления за вычетом постоянных издержек:

$$(13) \Pi(P(\cdot)) = \int_0^{Q_{\max}} (P(q) - c) \cdot (1 - G(\theta_0(q, P(q)))) dq - F.$$

В [3] решена задача нахождения наибольшего значения функционала общественного благосостояния по всем возможным гладким нелинейным тарифам  $P(Q)$ , обеспечивающим безубыточность естественной монополии:

$$(14) \begin{cases} \max_{P(\cdot)} W(P(\cdot)), \\ \Pi(P(\cdot)) = 0. \end{cases}$$

Оптимальная цена на каждом из рынков дополнительного потребления определяется уравнением

$$(15) \frac{P(Q) - c}{P(Q)} = -k \frac{1}{E_{P(Q)}(N(Q))},$$

где  $E_{P(Q)}(N(Q)) = \frac{\partial(1 - G(\theta_0))}{\partial P} \cdot \frac{P}{1 - G(\theta_0)}$  – эластичность участия

на рынке дополнительного потребления по цене на очередные  $\Delta Q$  единиц товара. Эта величина показывает процентное уменьшение доли участников рынка при повышении предельной цены

$P(Q)$  на 1%. Константа  $k > 0$  выбирается из условия безубыточности фирмы:  $\Pi(P(\cdot)) = 0$ .

Из формулы (15) следует, что относительное превышение предельной цены над предельными издержками на каждом из рынков дополнительного потребления будет тем выше, чем ниже эластичность участия по цене на этом рынке. Вместо того, чтобы находить функцию предельных цен  $P(Q)$  целиком, можно находить оптимальные цены на каждом из множества рынков дополнительного потребления  $\Delta Q$ , используя ценообразование Рамсея. Собранные вместе, эти цены Рамсея и дадут оптимальный гладкий нелинейный тариф. При таком ценообразовании издержки фирмы покрываются за счет тех рынков дополнительного потребления, где эластичность спроса на дополнительное потребление низка. На участках спроса с высокой эластичностью цены будут близки к предельным издержкам.

### 3. Результаты численных исследований

Рассмотренные оптимизационные модели были использованы для построения оптимального двухставочного и гладкого нелинейного тарифов на электроэнергию, отпускаемую конечным потребителям.

Известно, что распределение среднедушевого денежного дохода потребителей хорошо описывается логнормальным распределением с плотностью

$$(16) \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot s \cdot x} \exp\left(-\frac{(\ln x - \ln m)^2}{2s^2}\right), \quad x > 0.$$

Параметр  $m$  является медианой, то есть половина всех потребителей имеют среднедушевой доход меньше чем  $m$ , половина – больше чем  $m$ . Параметр  $s^2$  является мерой разброса в значениях среднедушевого дохода. Среднее значение среднедушевого дохода определяется формулой  $M\theta = m \cdot e^{0.5s^2}$ , модальное



значение –  $\theta_{\text{mod}} = m \cdot e^{-s^2}$ . Модальное значение представляет собой наиболее типичное значение среднедушевого дохода.

В исследовании предполагалось, что среднедушевой доход  $\theta$  имеет логнормальное распределение, параметры которого оценивались по данным Госкомстата о распределении населения России по величине среднемесячного среднедушевого денежного дохода в 2005 году [4]. Были получены следующие оценки параметров:  $m = 4480$ ,  $s = 0,5$ , что соответствует среднему доходу 5077 рублей в месяц на душу населения и модальному доходу 3489 рублей.

Функция спроса предполагалась линейной вида  $Q(P, \theta) = -aP + b\theta + d$ , где  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $d > 0$ . Для оценки параметров функции спроса использовались данные для Волгоградской области за 1993-2003 годы по следующим показателям:

- $Q$  – среднемесячное потребление электроэнергии на душу населения (кВт·ч);
- $P$  – цена на электроэнергию для населения (руб./ кВт·ч, в ценах 2003 года);
- $\theta$  – среднемесячные реальные денежные доходы на душу населения (руб., в ценах 2003 года).

Данные об отпуске и о ценах на электроэнергию для населения предоставлены ОАО «Волгоградэнерго», данные о среднедушевом денежном доходе – Волгоградским областным комитетом государственной статистики. В результате оценки методом наименьших квадратов были получены следующие оценки параметров функции спроса:  $a = 16,24$   $b = 0,056$ ,  $d = 63,02$ .

При расчете оптимальных тарифов использовалась оценка предельных издержек производства электроэнергии ОАО «Волгоградэнерго»: 0,47 руб. за 1 кВт·ч [1]. Постоянные издержки предполагались равными 200 руб. в месяц на одного человека.

Оптимальный двухставочный тариф, рассчитанный по этим данным, включает в себя ежемесячную плату, не зависящую от объема потребления,  $\varepsilon = 91$  рубль и предельную цену  $P = 0,80$

рубля за 1 кВт·ч. Оптимальный гладкий нелинейный тариф изображен на рис. 1.

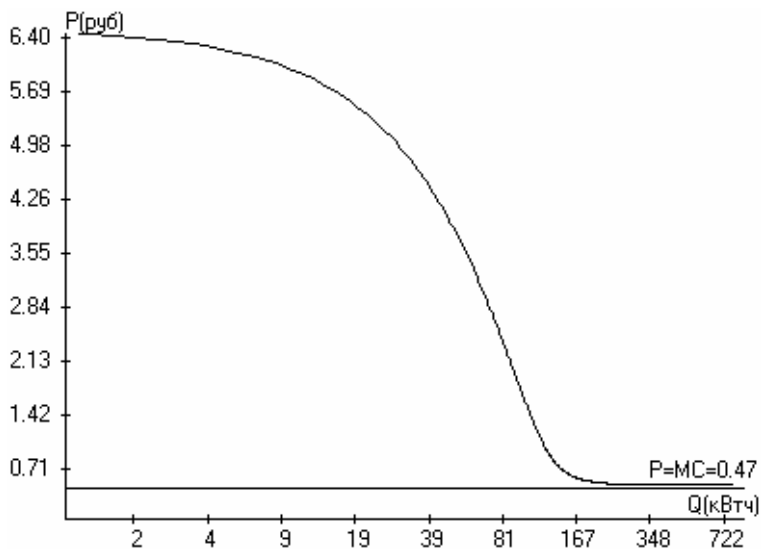


Рис. 1. Оптимальный нелинейный тариф

Гладкий оптимальный тариф имеет высокие предельные цены для низких уровней потребления, начиная с 6,40 рубля за первый кВт·ч. С ростом объема потребления предельные цены снижаются до уровня предельных издержек 0,47 рубля за 1 кВт·ч. Это связано с тем, что эластичность участия на рынке дополнительного потребления электроэнергии растет с увеличением объема потребления и, следовательно, максимальные надбавки к цене будут устанавливаться для низких уровней потребления.

Помимо двух нелинейных тарифов был рассчитан также линейный тариф, равный средним издержкам. Средние издержки  $AC$  определялись как корень уравнения

$$(17) \frac{F}{\int_0^{\theta_{\max}} Q(AC, x)g(x)dx} + c = AC .$$

Одноставочный тариф, вычисленный по формуле (17), составил  $P = AC = 1,1$  рубля за 1кВт·ч.

Для сравнения положения потребителей с различными уровнями доходов при оптимальных нелинейных тарифах с их положением при линейном тарифе, равном средним издержкам ( $P = AC$ ), были вычислены следующие величины: относительное изменение спроса (объема потребления электроэнергии)  $\delta Q^D(\theta)(\%)$ , относительное изменение расходов на электроэнергию  $\delta R(\theta)$  (%) и относительное изменение потребительского излишка  $\delta S(\theta)$  (%). Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Изменение положения потребителей с различным уровнем среднедушевого дохода  $\theta$  при переходе от линейной цены  $P=AC$  к оптимальным нелинейным тарифам

| $\theta$<br>(руб.)   | Оптимальный двухставочный тариф |                           |                           | Оптимальный гладкий нелинейный тариф |                           |                           |
|----------------------|---------------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------------------|---------------------------|---------------------------|
|                      | $\delta Q^D(\theta)$<br>(%)     | $\delta R(\theta)$<br>(%) | $\delta S(\theta)$<br>(%) | $\delta Q^D(\theta)$<br>(%)          | $\delta R(\theta)$<br>(%) | $\delta S(\theta)$<br>(%) |
| 2000                 | 2,11                            | 24,03                     | -4,76                     | 4,81                                 | 37,19                     | -12,7                     |
| 3000                 | 3,29                            | 10,88                     | -0,91                     | 5,21                                 | 21,29                     | -4,41                     |
| 3500                 | 3,97                            | 6,54                      | 0,03                      | 6,27                                 | 15,72                     | -1,52                     |
| 4000                 | 4,02                            | 3,09                      | 1,45                      | 6,90                                 | 9,80                      | 0,12                      |
| 4500                 | 4,54                            | 0,28                      | 2,06                      | 7,01                                 | 5,30                      | 2,27                      |
| 5000                 | 4,81                            | 1,05                      | 2,27                      | 7,14                                 | -0,12                     | 3,47                      |
| 5500                 | 5,03                            | -4,02                     | 3,39                      | 7,51                                 | -4,67                     | 4,85                      |
| 6000                 | 5,28                            | -5,7                      | 4,52                      | 7,93                                 | -8,57                     | 5,91                      |
| 7000                 | 5,67                            | -8,43                     | 5,68                      | 8,01                                 | -14,7                     | 6,73                      |
| по всем потребителям | 4,24                            | 0,72                      | 2,56                      | 7,17                                 | 5,91                      | 3,95                      |

Переход от линейной цены, установленной на уровне средних валовых издержек, к оптимальным нелинейным тарифам стимулирует рост энергопотребления (для двухставочного тарифа на 4,24%, для гладкого тарифа на 7,17%). Чем больше доход потребителя, тем в большей степени нелинейные тарифы стимулируют рост энергопотребления. Рост энергопотребления для бытовых и в особенности для промышленных потребителей важен для регионов с избытком генерирующих мощностей. В силу действующего эффекта масштаба производства образовавшийся избыток мощностей превращается в дополнительную нагрузку на потребителей, так как он сам по себе становится причиной повышения тарифов на электроэнергию.

Общие расходы на электроэнергию потребителей с низким и средним доходом увеличиваются за счет роста энергопотребления, а также за счет входной платы для двухставочного тарифа и высоких цен для низких уровней потребления для гладкого тарифа. Для потребителей с высоким доходом расходы на электроэнергию сокращаются, несмотря на возросший объем потребления. Доля таких потребителей для двухставочного тарифа составляет 34% (это потребители с доходом выше 5500 рублей). Доля потребителей, сокративших расходы при гладком тарифе, составит 41% (это потребители с доходом выше 5000 рублей).

Изменение потребительского излишка для большинства потребителей положительно (для 69% населения при двухставочном тарифе и для 59% при гладком тарифе). Проигрыш наименее обеспеченных слоев потребителей предлагается компенсировать путем выдачи адресных субсидий. На практике построение нелинейных оптимальных тарифов следовало бы осуществлять по критерию максимизации общественного благосостояния при условии не безубыточности, а при достижении заданного уровня прибыли. В таком случае было бы возможно отчислять часть прибыли в специальные фонды для финансирования адресных субсидий. Заметим, что можно организовать выдачу таких компенсаций малообеспеченным потребителям не по предъявлению ими документов об их легальных доходах, а в

соответствии с реальными объемами потребленной электроэнергии (при низких объемах потребления).

Таким образом, численные исследования показывают, что переход от линейной цены, установленной на уровне средних издержек, к нелинейному ценообразованию стимулирует спрос домашних хозяйств на электроэнергию и приводит к улучшению положения большей части потребителей. Предложенные модели могут быть использованы при разработке тарифов на электроэнергию, поставляемую бытовым потребителям энерго-сбытовыми компаниями.

### **Литература**

1. ЗАЙЦЕВА Е. Е. *Теоретические модели и практика ценообразования на рынке электроэнергии Волгоградской области*. Волгоград.: Изд-во ВолГУ, 2006. – 36 с.
2. ЗАЙЦЕВА Ю. В. *Математические модели ценообразования в естественной монополии*. Волгоград.: Изд-во ВолГУ, 2006. – 117 с.
3. BROWN S., SIBLEY D. *The theory of public utility pricing*. Ch. 3, 4, 5. Cambridge University Press, 1986. – P. 26-129.
4. *Сайт университетской информационной системы «Россия»*. – [www.cir.ru](http://www.cir.ru).

*Статья представлена к публикации  
членом редакционной коллегии В.Д. Богатыревым*