

Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Т.17. СПб., 2000 (черновик)

**ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ ОРИЕНТИРОВАННОГО ГРАФА  
КАК МЕТОД МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭКОЛОГИИ**

А.Б.Горстко, Г.А.Угольницкий

**РЕФЕРАТ**

Изучена задача оптимизации структуры ориентированного графа и ее приложения к построению сети пунктов экологического мониторинга и трофической структуры антропогенных биологических сообществ. Посредством компьютерных экспериментов с имитационными моделями установлено, что оптимальная в смысле рассмотренного критерия качества трехуровневая структура сети пунктов мониторинга является регулярной. Получены сравнительные оценки эффективности различных структур биологических сообществ.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА**

оптимизация, ориентированный граф, трофическая структура, экологический мониторинг, компьютерная имитация.

**OPTIMIZATION OF THE DIRECTED GRAPH STRUCTURE  
AS A METHOD OF THE ECOLOGICAL MODELING**

Gorstko A.B., Ougolnitsky G.A.

Department of Applied Mathematics and Computer Science,  
Rostov State University, 5 Zorge St., Rostov-on-Don  
344090, Russia, henry@ougoln.rnd.su

### **ABSTRACT**

A problem of optimization of the directed graph structure and its applications to the construction of network of the ecological monitoring points and trophical structure of the man-made biological communities is investigated. It is found by means of computer experiments with the simulation models that the optimal in the sense of considered quality test three-level structure of network of the ecological monitoring points is regular. Some comparative estimates of the efficiency of different structures of the biological communities are obtained.

### **KEYWORDS**

optimization, directed graph, trophical structure, ecological monitoring, computer simulation.

### **ВВЕДЕНИЕ**

Еще в 1972 г. на Стокгольмской конференции ООН по окружающей среде в качестве одной из главных рекомендаций была сформулирована необходимость создания глобальной системы мониторинга окружающей среды. В этой связи в науке об окружающей среде (environmental science) возникает потребность в теории оптимального мониторинга, одной из важных задач которой является рассматриваемая в настоящей статье проблема определения оптимальной структуры сети мониторинга с учетом затрат на ее создание.

Необходимость построения оптимальной в определенном смысле структуры возникает и в задачах экологического моделирования: в частности, это касается проблем исследования трофической структуры биологических сообществ и распространения загрязняющих веществ по трофическим сетям.

Целью статьи является постановка и исследование задачи оптимизации структуры ориентированного графа и демонстрация возможностей ее приложений в области экологического моделирования и мониторинга.

Для достижения указанной цели в настоящей работе изучены две задачи выбора оптимальной в некотором смысле структуры системы. С математической точки зрения они формулируются как задачи выбора ориентированного графа специального вида, характеристики которого доставляют экстремум некоторой целевой функции.

В первой задаче требуется найти оптимальную трофическую структуру сообщества, включающего популяции продуцентов, консументов и человека. Оптимальность структуры понимается в смысле сбора человеком урожая максимальной для него ценности.

Во второй задаче нужно построить сеть станций мониторинга, обеспечивающую максимальное качество обработки экологической информации при заданных затратах.

### **МЕТОДОЛОГИЯ**

Для достижения поставленной цели применяется методология математического моделирования (теория графов и оптимизация) с использованием компьютерной имитации.

Структуру системы удобно представлять с помощью ориентированного графа, вершины которого соответствуют элементам, а дуги – связям между ними. При этом и вершинам, и дугам можно приписывать веса, что позволяет количественно характеризовать состояние системы и его изменение со временем.

Рассмотрим задачу построения трофической структуры сообщества. Обозначим через  $P_0$  множество видов продуцентов, которые могут входить в трофическую сеть (с номерами  $j = 1, \dots, J_0 = |P_0|$ ), а через  $C_0$  – множество видов консументов (с номерами  $k = J_0 + 1, \dots, J_0 + K_0 = N_0$ ;  $|C_0| = K_0$ ). Предполагаются известными матрица трофических связей  $W =$

$\|w_{jk}\|$  , элементы которой  $w_{jk}$  имеют размерность  $(\text{кг})^{-1}$  и означают долю биомассы особи вида  $j$  , переходящую в биомассу особи вида  $k$  при выедании  $j$ -го вида  $k$ -м (если  $k$ -й вид не питается  $j$ -м, то  $w_{jk} = 0$ ), и аналогичный по смыслу вектор трофических связей для популяции человека  $w_0 = (w_{10}, \dots, w_{N00})$ . Предполагается, что рассматриваемая биосистема замкнута по трофическим связям, т.е. все входящие в нее виды, включая человека, питаются только видами этой же системы.

Обозначим

$x_i(t)$  – биомасса популяции вида  $i$  в году  $t$  , кг;

$c_i$  – ценность для человека единицы биомассы вида  $i$ , руб/кг;

$z_i$  – затраты на содержание единицы биомассы вида  $i$  за год, руб/кг;

$Z$  – максимально допустимые общие годовые затраты, руб;

$\epsilon_i$  – коэффициент естественного прироста вида  $i$ ;

$\beta(t)$  – коэффициент дисконтирования;

$T$  – период рассмотрения.

Тогда задачу построения оптимальной трофической структуры можно поставить следующим образом:  
найти максимум функции

$$I_1 = \sum_{t=1}^T \beta(t) \sum_{i=1}^{N(t)} c_i x_i(t) \quad (1)$$

при ограничениях на затраты

$$\sum_{t=1}^T \beta(t) \sum_{i=1}^{N(t)} z_i x_i(t) \leq Z \quad (2)$$

и балансовых ограничениях

$$x_0(t+1) = x_0(t) + \varepsilon_0 x_0(t) + \sum_{i=1}^{N(t)} w_{i0} x_i(t) x_0(t) \quad (3)$$

$$x_k(t+1) = x_k(t) + \varepsilon_k x_k(t) + \sum_{j=1}^{J(t)} w_{jk} x_j(t) x_k(t) - w_{k0} x_k(t) x_0(t), \quad (4)$$

$k = J(t) + 1, \dots, N(t);$

$$x_i(t+1) = x_k(t) + \varepsilon_j x_j(t) - \sum_{k=J(t)+1}^{N(t)} w_{jk} x_j(t) x_k(t) + b_j g_j(t), j = 1, \dots, J(t); \quad (5)$$

$$x_i(0) = x_i^0, i = 0, 1, \dots, N(0), \quad (6)$$

где  $b_j$  – урожайность  $j$ -й культуры продуцентов, кг/га;

$g_j(t)$  – площадь посевов под  $j$ -й культурой в году  $t$ , га.

Управлениями модели служат подмножества видов продуцентов  $P(t) \subseteq P_0$  и консументов  $C(t) \subseteq C_0$

( в формулах (3)-(5)  $J(t) = |P(t)|$  ,  $K(t) = |C(t)|$  ,  
 $N(t) = K(t) + J(t)$  ).

Таким образом, в общем случае отображающий трофическую структуру граф (структурный граф) является динамическим, т.е. множество его вершин и дуг меняется со временем. В частности, множества  $P(t)$  и  $C(t)$  могут выбираться с более крупным шагом  $\Delta t$  или даже одновременно при  $t = 0$  (в последнем случае структурный граф является статическим).

Кроме того, управлениями модели являются начальные численности видов  $x_i^0$  и величины посевных площадей  $g_j(t)$  при естественном ограничении

$$\sum_{j=1}^{J(t)} g_j(t) \leq G,$$

где  $G$  - общая доступная площадь посевов, га.

При фиксированном  $t$  структурный граф имеет вид  $\Gamma_1 (V, A)$ , где  $V = \{V_0, V_1, \dots, V_N\}$  - множество вершин ( $V_0$  соответствует популяции человека,  $V_1, \dots, V_J$  - популяциям продуцентов,  $V_{J+1}, \dots, V_N$  - популяциям консументов);  $A$  - множество дуг (дуга  $A_{jk}$  проводится  $\Leftrightarrow w_{jk} > 0$ ), и является правым однозначным (Угольницкий, 1996), т.е. каждая вершина имеет не более одной выходной дуги. В общем случае  $V = V(t)$ ,  $A = A(t)$ . Пример структурного графа показан на рис.1. Переменными состояния вершин

являются значения биомасс  $x_i(t)$ , а переменными состояниями дуг – элементы матрицы  $W$  и вектора  $w_0$  трофических связей.

Теперь рассмотрим задачу построения сети станций мониторинга. Пусть имеется  $n$  станций мониторинга, осуществляющих сбор и первичную обработку экологических данных. Собранные данные необходимо передавать в единый Центр (например, регионального или федерального уровня).

Очевидно, попытка непосредственного соединения Центра с каждой из первичных станций при большом числе  $n$  (которое может достигать в действительности порядка сотен и даже тысяч) приведет к огромным информационным перегрузкам сотрудников Центра и их неспособности к обработке информации и принятию решений в реальном времени.

Поэтому необходимо создать сеть промежуточных станций мониторинга, осуществляющих агрегирование информации, устранение неточностей и искажений в данных, восполнение недостающих данных, преобразование их форматов и т.п. с последующей передачей обработанной информации на более высокие уровни и в конечном счете в Центр. Создание сети дополнительных станций требует затрат, поэтому здесь целесообразен оптимизационный подход.

Для построения критерия оптимальности и ограничений примем следующие гипотезы:



- скорость и качество обработки информации в каждом узле сети (станции мониторинга) убывают с увеличением количества входящих в него каналов передачи информации;
- качество информации снижается по мере перехода на более высокие уровни сети;
- затраты на содержание узла возрастают с увеличением уровня иерархии от первичных станций к Центру.

Для формализации выдвинутых гипотез представим сеть станций мониторинга в виде ориентированного графа  $\Gamma(V, A)$ , где  $V$  – множество вершин (станций мониторинга),  $A$  – множество дуг (каналов передачи информации). В графе обязательно присутствуют вершина  $V_0$  (Центр) и вершины  $V_1, \dots, V_n$  (первичные станции); выбор остальных вершин и соответствующих дуг является управлением задачи.

По смыслу задачи естественно считать, что представляющий сеть станций мониторинга оргграф является строго правым древовидным (Угольницкий, 1996). Это значит, что множество вершин  $V$  разбивается на непересекающиеся подмножества (уровни)  $S_0, S_1, \dots, S_m$  таким образом, что для любой пары вершин  $V_i \in S_p, V_j \in S_q \quad \exists A_{ij} \Rightarrow p = q + 1$ , т.е. дуги могут проводиться только от нижестоящего уровня к смежному вышестоящему; кроме того, каждая вершина имеет не более одной выходной дуги. Центр  $V_0$  не имеет выходных дуг, а первичные вершины  $V_1, \dots, V_n$  – входных. Пример строго правого древовидного структурного оргграфа показан на рис.2.

Поставим в соответствие каждой вершине  $V_j \in V$  некоторый вес и будем считать его монотонно убывающей функцией  $f(Q_j)$  числа  $Q_j$  входных дуг для вершины  $V_j$ . Функцию  $f(Q_j)$  можно интерпретировать как способность узла  $V_j$  обрабатывать поступающую в него информацию; она тем меньше, чем больше вершин находится в непосредственном подчинении  $V_j$  (норма управляемости). Тогда задачу построения оптимальной сети станций мониторинга можно сформулировать следующим образом: найти строго правый древовидный оргграф  $\Gamma(V, A)$  с заданным числом  $n$  вершин на низшем уровне, для которого:

$$I_2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \prod_{V_j \in W_{k0}} f(Q_j) \rightarrow \max \quad (7)$$

при условии

$$\sum_{i=1}^{m-1} r_i n_i \leq S \quad (8)$$

где  $W_{k0}$  – путь от вершины  $V_k \in S_m$  к вершине  $V_0 \in S_0$

;

$m+1$  – число уровней в оргграфе (подлежащее определению);

$n_i$  – число вершин на уровне  $S_i$ ;

$r_i$  – затраты на содержание одной вершины уровня  $S_i$ ;

$S$  – наибольшие допустимые общие затраты.

Максимум в (7) ищется по множеству всевозможных строго правых древовидных оргграфов  $\Gamma(B, A)$ , содержащих произвольные число уровней, число вершин на каждом уровне и структуру связей между уровнями.

### РЕЗУЛЬТАТЫ

Из вида целевой функции (7) легко заключить, что каждая вершина должна иметь не менее двух входных дуг (в противном случае затраты растут, а  $I_2$  не увеличивается). Отсюда можно получить оценки для числа уровней

$$1 \leq m \leq \log_2 n \quad (9)$$

(если  $m > \log_2 n$ , то число вершин на уровне  $m$  превосходит число вершин на уровне  $m-1$  менее, чем в два раза);

и числа вершин на каждом уровне

$$2^i \leq n_i \leq 2^{-(m-1)} n, i = 0, 1, \dots, m-1 \quad (10)$$

(поскольку при переходе от уровня  $i$  к уровню  $i+1$  число вершин должно увеличиваться не менее, чем вдвое).

Для оценки возможностей алгоритмического решения переформулируем задачу следующим образом. Представим оргграф  $\Gamma(B, A)$  матрицей смежности  $MATR$  размерности

$$N*(N-n), \text{ где } N = \sum_{i=1}^m n_i$$

с элементами  $MATR_{ij}$ , равными 1, если существует дуга  $A_{ij}$ , и 0, иначе.

Тогда задача построения всевозможных строго правых древовидных оргграфов, на множестве которых решается задача (7)–(8), эквивалентна построению множества матриц смежности, удовлетворяющих двум условиям:

$$\sum_{i=1}^N MATR_{ij} \geq 2, j = 1, \dots, N-n \quad (11)$$

(у каждой вершины не менее двух входных дуг);

$$\sum_{j=1}^{N-n} MATR_{ij} = 1, i = 1, \dots, N \quad (12)$$

(у каждой вершины, кроме  $B_0$ , ровно одна выходная дуга).

Рассмотрим частный случай структурного оргграфа при  $m = 2$  (один уровень промежуточных станций мониторинга). Обозначим число вершин на промежуточном уровне  $n_1 = p$ . Для

простоты будем считать  $n$  четным (для приложений это не существенно). Поскольку соединение уровней  $S_0$  и  $S_1$  в строго правом древовидном орграфе задано однозначно, то задача (7)–(8) принимает вид

$$I_2 = \frac{f(p)}{n} \sum_{j=1}^p Q_j f(Q_j) \rightarrow \max \quad (13)$$

при условии

$$r_1 * p \leq S. \quad (14)$$

Так как  $2 \leq p \leq n/2$ , то окончательно множество ограничений можно переписать в виде

$$2 \leq p \leq \min\{S/r_1, n/2\}; \quad (15)$$

$$2 \leq Q_j \leq n - 2*(p-1), \quad j = 1, \dots, p; \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^p Q_j = n. \quad (17)$$

Функция  $f(Q_j)$  является монотонно убывающей функцией натурального аргумента. Без ограничения общности будем считать, что она принимает значения на отрезке  $[0, 1]$  (тогда ее можно интерпретировать как вероятность

успешного решения узлом  $V_j$  задачи по обработке информации).

Заметим, что для одной из самых простых и естественных параметризаций такого представления – функции вида  $f(Q) = 1/Q$  целевая функция (13) принимает вид

$$I_2 = \frac{1}{n}, \quad (18)$$

что совпадает со значением  $I_2$  для  $m = 1$ , т.е.

промежуточный уровень оказывается вообще не нужным.

Алгоритмический подход к решению задачи (14), (16)–(18) можно сформулировать следующим образом:

– для  $p = 2, \dots, \min \{[S/r_1], n/2\}$  и заданного  $n$  построить всевозможные булевские матрицы  $MATR$  ( $n \times p$ ), удовлетворяющие условиям

$$\sum_{i=1}^n MATR_{ij} \geq 2, j = 1, \dots, p; \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^p MATR_{ij} = 1, i = 1, \dots, n; \quad (20)$$

– для каждой из полученных матриц вычислить значение  $I_2$  по формуле (13) и выбрать ту матрицу, для которой  $I_2$  принимает наибольшее значение.

Для решения задачи (13) не важен порядок расположения ненулевых элементов в столбце и взаимное расположение столбцов, т.к. значения  $I_2$  для таких конфигураций одинаковы. Поэтому задачу порождения строго правых древовидных орграфов можно переформулировать так: получить всевозможные упорядоченные массивы  $Q[1..p]$  такие, что выполняются условия (16)-(17), где  $Q[j]$  - число единиц в  $j$ -м столбце матрицы смежности.

В качестве функции  $f(Q)$  были взяты

$$f_1(Q) = 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon + (1 - \varepsilon)e^{\kappa Q \ln(\varepsilon/(1 - \varepsilon))}} \quad (\kappa = 0.05; \varepsilon = 0.0001);$$

$$f_2(Q) = a * Q + b$$

$$(a = -0.01; b = 1.01).$$

Результаты расчетов приведены в таблицах 1 и 2 (для значений параметров  $S = 50000$ ,  $r_1 = 3000$ ). Здесь

$n$  - число вершин на нижнем уровне;

$p_{opt}$  - оптимальное число вершин на промежуточном уровне;

$Q_{opt}$  - массив оптимальных чисел выходных дуг для вершин промежуточного уровня;

$I_{opt}$  - оптимальное значение целевой функции;

$S_{opt}$  - соответствующее значение затрат на структуру.

Таблица 1. Результаты расчетов для функции  $f_1(Q)$ .

n	10	20	30	40	50
$p_{opt}$	3	4	5	6	7
$Q_{opt}$	3, 3, 4	5, 5, 5, 5	5*6	2*6+4*7	6*7+8
$I_{opt}$	0.994	0.982	0.956	0.905	0.821
$S_{opt}$	9000	12000	15000	18000	21000
n	60	70	80	90	
$p_{opt}$	7	8	7	7	
$Q_{opt}$	3*8+4*9	2*8+6*9	6*8+32	6*8+42	
$I_{opt}$	0.685	0.558	0.458	0.407	
$S_{opt}$	21000	24000	21000	21000	



Таблица 2. Результаты расчетов для функции  $f_2(Q)$

n	10	20	30	40	50
$p_{opt}$	2	3	4	5	5
$Q_{opt}$	5,5	6,7,7	7,7,8,8	5*8	5*10
$I_{opt}$	0.941	0.906	0.879	0.857	0.839
$S_{opt}$	6000	9000	12000	15000	15000
n	60	70	80	90	
$p_{opt}$	6	6	7	7	
$Q_{opt}$	6*10	2*11 + 4*12	4*11 + 3*12	12+6*13	
$I_{opt}$	0.806	0.778	0.553	0.519	
$S_{opt}$	18000	18000	21000	21000	

Значение  $S_{opt}$  однозначно определяется числом уровней  $p_{opt}$  (монотонно возрастает). Как и следовало предположить, оптимальное значение целевой функции  $I_{opt}$  уменьшается по мере увеличения числа вершин нижнего уровня.

Заметим, что оптимальное значение существенно зависит от вида функции  $f(Q)$ . Оптимальные конфигурации в большинстве случаев близки к равномерным, за исключением случаев  $n = 80$  и  $n = 90$  для  $f_1(Q)$ . При  $n \geq 100$  для  $f_1(Q)$  возникает ситуация переполнения.

Можно предложить следующую интерпретацию полученных результатов. Естественной структурой системы станций экологического мониторинга служит трехуровневая структура, включающая федеральный, региональный и локальный уровни. При этом структура, оптимальная в смысле рассмотренного критерия качества управления, является регулярной, т.е. станции локального уровня равномерно распределяются между региональными центрами сбора и обработки информации. Число центров регионального уровня и количество станций, подчиненных каждому из этих центров, соответствуют известному понятию нормы управляемости (Овсиевич, 1979).

Теперь рассмотрим задачу оптимизации трофической структуры. Возьмем в качестве примера биосистему, состоящую из пяти видов продуцентов и трех видов консументов. Граф трофических связей показан на рис.1.

Рассматривались следующие виды: 1) пшеница; 2) люцерна; 3) ячмень; 4) кукуруза; 5) свекла (продуценты) и 6) коровы; 7) свиньи; 8) куры (консументы). Номером 0 обозначена популяция человека. Это позволило идентифицировать большую часть параметров модели (1)–(6). Основную трудность представило определение значений элементов матрицы трофических связей  $W$  и вектора  $w_0$ ; здесь пришлось ограничиться оценочными данными, поэтому результирующие значения критерия  $I_2$  приводятся в условных единицах, основной смысл которых заключается в сравнительной оценке различных сценариев.

Таблица 3 содержит результаты расчетов по 15 сценариям, соответствующим различным вариантам трофической структуры. Применялись только “структурные” управления, т.е. изменялись множества  $S$  и  $P$ ; значения переменных  $x_i^0$  постоянны для всех сценариев, посевные площади  $g_j(t)$  не меняются со временем,  $j \in P$ .

Представленные в таблице 3 результаты имеют очевидную интерпретацию. Величина максимально допустимых затрат  $Z$  (см.(2)) позволяет строить агроценоз “экстенсивно”: первое место по эффективности занимает сценарий 5, включающий все виды продуцентов, второе – сценарий 15, где представлены все виды консументов и основные продуценты. Третье и четвертое места занимают сценарии 9 и 13, в которых отсутствует один из видов консументов.

Таблица 3. Результаты имитации для задачи оптимизации трофической структуры (тестовый пример).

Сценарий	Продуценты	Консументы	Значение $I_2$
1	1	6	12.12
2	1, 2, 3	6	25.64
3	1	7	11.17
4	1, 3	7	14.49
5	1, 2, 3, 4, 5	7	234.01
6	1	8	11.03
7	1, 3	8	14.33
8	1, 3	6, 7	16.24
9	1, 3, 5	6, 7	203.83
10	1	6, 8	12.35
11	1, 3	6, 8	15.89
12	1, 3	7, 8	14.57
13	1, 3, 5	7, 8	209.77
14	1, 3	6, 7, 8	16.71
15	1, 3, 5	6, 7, 8	232.95

Заметим, что различие в эффективности между наиболее и наименее выгодными в смысле рассмотренного критерия вариантами трофической структуры агроценоза превышает 2000%; поэтому понятно, что даже небольшое улучшение трофической структуры может существенно повысить эффективность сельскохозяйственного производства.

### **ДИСКУССИЯ**

Применение ориентированных графов для описания трофической структуры биологических сообществ рассматривается, например, в работах (Levins, 1974, 1975; Свирежев, Логофет, 1978; Аджабян, Логофет, 1992). Однако, в этих работах исследуется устойчивость биологических сообществ, а не задачи построения оптимальной структуры.

Обширная литература посвящена проблемам мониторинга окружающей среды (Израэль, 1984; Всесторонний анализ окружающей природной среды, 1988; Комплексный глобальный мониторинг загрязнения окружающей природной среды, 1986; Bruns, Wiersma, Rykiel, 1991; Draft proposal..., 1991; Rovinsky, Wiersma, 1987; UNEP.GEMS, 1987) и др. В указанных работах заложены научные и методологические основы мониторинга, дана классификация и характеристика видов мониторинга, сформулированы основные принципы, цели и критерии системы глобального комплексного мониторинга и различных частных видов мониторинга, показана связь

мониторинга и экологического моделирования, обобщен практический опыт реализации систем мониторинга в России (СССР) и за рубежом. Вместе с тем, проблема формирования оптимальной структуры системы мониторинга, на наш взгляд, не получила достаточного развития.

В работе (Горстко, Суходольский, 1981) сформулированы две постановки задач оптимального мониторинга (на примере водных экосистем): 1) обеспечить максимальную точность получаемой информации при заданном ее объеме и уровне затрат; 2) найти минимальные затраты, необходимые для получения информации о водоеме с точностью не ниже заданной. Приведены решения задач определения периода измерения параметра, динамики погрешностей определения параметров, нахождения зон измерений. В статье (Горстко и др., 1982) исследована задача оптимального управления мониторингом водоема, модель которого известна и дает удовлетворительный по точности прогноз. Подчеркнем, что пункты мониторинга считаются заданными: управление заключается в указании способа измерения параметра.

В работе (Горстко, Суходольский, Матвеев, 1985) предполагается известным распределение неконсервативного вещества в водоеме: необходимо указать, в каких частях водоема следует производить измерения, а также определить число этих измерений.

В настоящей работе исследуется задача, которую можно отнести к типу 1), предложенному в (Горстко, Суходольский, 1981), но в качестве управления рассматривается структура

сети пунктов мониторинга (а в задаче о биологическом сообществе – его трофическая структура).

Вопросы построения оптимальной иерархической структуры рассматривались в публикациях по теории организационного управления (Овсиевич, 1979; Лейбкинд, Рудник, 1981) и управления техническими системами (Цвиркун, 1982; Цвиркун, Акинфиев, Филиппов, 1985) и исследовались с помощью методов автоматической классификации, математического программирования и имитационного моделирования.

В настоящей работе задачи построения сети станций мониторинга и трофической структуры биологического сообщества формализуются как оптимизационные задачи на множестве графов специального вида. Задачи такого рода рассматриваются в монографии (Дементьев и др., 1996), авторами которой изучен ряд проблем, связанных с построением оптимальной структуры и выбором оптимального состава различных иерархических систем, а также задач нахождения оптимальных сетей в виде деревьев, обладающих определенными свойствами. При этом особое внимание уделено синтезу сетей связи максимальной надежности с учетом пропускной способности, времени передачи сообщений и помехоустойчивости элементов сети.

В настоящей статье применяется оригинальный критерий оптимизации и существенно используются результаты имитационных экспериментов. Детальная характеристика рассматриваемого класса оргграфов дана в (Угольницкий, 1996).

В работе (Израэль, Семенов, Хачатуров, 1993) формулируются требования к размещению станций наблюдения биоклиматического мониторинга, которые могут рассматриваться как дополнительные ограничения в поставленной оптимизационной задаче. С этой целью можно использовать и результаты названных выше работ (Горстко, Суходольский, 1981; Горстко и др., 1982; Горстко, Суходольский, Матвеев, 1985).

Оптимальность трофической структуры сообщества можно трактовать в смысле минимизации попадания загрязняющих веществ в организм человека; легко переформулировать задачу (1)–(6) соответствующим образом.

Представляется целесообразной попытка аналитического решения поставленных задач, по крайней мере для некоторых частных случаев структурных оргграфов. Кроме того, в дальнейшем предполагается апробация предложенных методов на реальных биосистемах и системах экологического мониторинга.

#### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант N 97-06-80006.

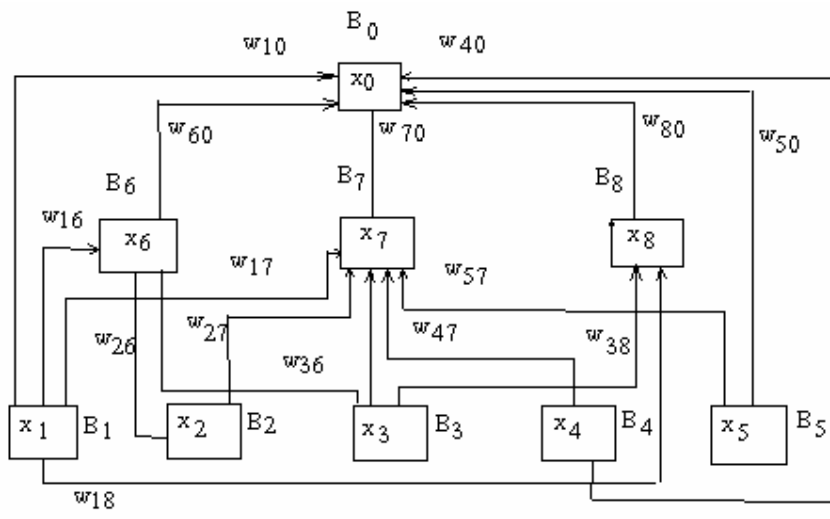


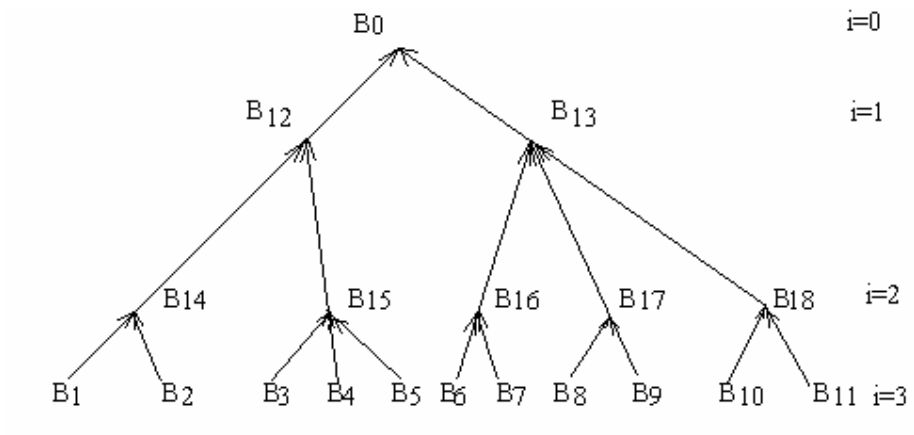
## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аджабян Н.А., Логофет Д.О. Динамика размеров популяций в трофических цепях. – В кн.: Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Т.14. СПб.: Гидрометеиздат, 1992, с.135–153.
2. Всесторонний анализ окружающей природной среды. Труды совместного советско–американского симпозиума. Гл. ред. Ю.А.Израэль. Т.5. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 247 с.
3. Горстко А.Б., Суходольский Я.С. Некоторые вопросы теории оптимального мониторинга водных систем. – В кн.: Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Т.4. Л.: Гидрометеиздат, 1981, с.67–85.
4. Горстко А.Б., Суходольский Я.С., Никаноров А.М., Матвеев А.А. Метод дискретного оптимального управления в решении задачи оптимизации мониторинга экосистемы. – В кн.: Проблемы экологич. мониторинга и моделирования экосистем. Т.5. Л.: Гидрометеиздат, 1982, с.219–229.
5. Горстко А.Б., Суходольский Я.С., Матвеев А.А. Об одном приближенном методе оптимизации мониторинга загрязнения водоема неконсервативным веществом. – В кн.: Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Т.8. Л.: Гидрометеиздат, 1985, с.197–206.
6. Дементьев В.Т. и др. Задачи оптимизации иерархических структур. – Новосибирск: изд-во НГУ, 1996. – 168 с.

7. Израэль Ю.А. Экология и контроль состояния природной среды. – М.: Гидрометеиздат, 1984. – 560 с.
8. Израэль Ю.А., Семенов С.М., Хачатуров М.А. Биоклиматологические аспекты комплексного глобального мониторинга. – В кн.: Проблемы экологического мониторинга и моделирования экосистем. Т.15. СПб.: Гидрометеиздат, 1993, с.8–20.
9. Комплексный глобальный мониторинг состояния биосферы. Труды III Междунар. симпозиума. Гл.ред. Ю.А.Израэль. – Л.: Гидрометеиздат, 1986. Т.1. 336 с. Т.2. 387 с. Т.3. 272 с.
10. Лейбкинд А.Р., Рудник Б.Л. Моделирование организационных структур. – М.: Наука, 1981. – 144 с.
11. Овсиевич Б.Л. Модели формирования организационных структур. – Л.: Наука, 1979. – 159 с.
12. Свирежев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
13. Угольницкий Г.А. Линейная теория иерархических систем. – М.: ИСА РАН, 1996. – 55 с.
14. Цвиркун А.Д. Основы синтеза структуры сложных систем. М.: Наука, 1982. – 200 с.
15. Цвиркун А.Д., Акинфиев В.К., Филиппов В.А. Имитационное моделирование в задачах синтеза структуры сложных систем. – М.: Наука, 1985. – 174 с.
16. Bruns D.A., Wiersma G.B., Rykiel E.J. Ecosystem monitoring at global baseline sites. – Environmental Monitoring and Assessment, 1991, N 17, p.3–31.

17. Draft proposal for a long-term monitoring system of coastal and near-line phenomena related to global climate changes. - UNEP, UNESCO, WMO, 1991. 36 p.
18. Levins R. The Qualitative Analysis of Partially Specified Systems. - In: Annals of the N.Y. Acad. Sci., 1974, v.231, p.123-138.
19. Levins R. Evolution in Communities near Equilibrium. - In: Ecology of Species and Communities. Eds. J. Diamond and M. Cody, Belknap Press of Harvard Univ. Press, Cambridge, Mass., 1975, p.16-50.
20. Rovinsky F. Ya., Wiersma G. B. Procedures and methods for Integrated Global Background Monitoring of Environmental Pollution. - WMO Environmental Pollution Monitoring and Research Programme N 47/Global Environmental Monitoring System, WMO Technical Document N178, GEMS Information Series N5, Aug. 1987. 137 p.
21. UNEP. GEMS: Global Environmental Monitoring System. - Nairobi, UNEP, 1990. - 32 p.





## ПОДРИСУНОЧНЫЕ ПОДПИСИ

к статье А.Б.Горстко, Г.А.Угольницкого "Оптимизация структуры ориентированного графа как метод моделирования в экологии".

Рис.1. Пример структурного графа для задачи оптимизации трофической структуры

Рис.2. Пример структурного графа для сети станций мониторинга:  $i$  – номер уровня

## ДУБЛИКАТЫ

$$I_1 = \sum_{t=1}^T \beta(t) \sum_{i=1}^{N(t)} c_i x_i(t) \quad (1)$$

$$\sum_{t=1}^T \beta(t) \sum_{i=1}^{N(t)} z_i x_i(t) \leq Z \quad (2)$$

$$x_0(t+1) = x_0(t) + \varepsilon_0 x_0(t) + \sum_{i=1}^{N(t)} w_{i0} x_i(t) x_0(t) \quad (3)$$

$$x_k(t+1) = x_k(t) + \varepsilon_k x_k(t) + \sum_{j=1}^{J(t)} w_{jk} x_j(t) x_k(t) - w_{k0} x_k(t) x_0(t), \quad (4)$$

$k = J(t) + 1, \dots, N(t);$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + \varepsilon_i x_i(t) - \sum_{k=J(t)+1}^{N(t)} w_{ik} x_k(t) x_i(t) + b_i g_i(t), \quad i = 1, \dots, J(t); \quad (5)$$

$$x_i(0) = x_i^0, i = 0, 1, \dots, N(0), \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^{J(t)} g_j(t) \leq G,$$

$$I_2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \prod_{B_j \in W_{k_0}} f(Q_j) \rightarrow \max \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{m-1} r_i n_i \leq S \quad (8)$$

$$1 \leq m \leq \log_2 n \quad (9)$$

$$2^i \leq n_i \leq 2^{-(m-1)} n, i = 0, 1, \dots, m-1 \quad (10)$$



$$N*(N-n), z \in N = \sum_{i=1}^m n_i$$

$$\sum_{i=1}^N MATR_{ij} \geq 2, j = 1, \dots, N-n \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^{N-n} MATR_{ij} = 1, i = 1, \dots, N \quad (12)$$

$$I_2 = \frac{f(p)}{n} \sum_{j=1}^p Q_j f(Q_j) \rightarrow \max \quad (13)$$

$$r_1 * p \leq S. \quad (14)$$

$$2 \leq p \leq \min\{S/r_1, n/2\}; \quad (15)$$

$$2 \leq Q_j \leq n - 2*(p-1), \quad j = 1, \dots, p; \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^p Q_j = n. \quad (17)$$

$$I_2 = \frac{1}{n}, \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^n MATR_{ij} \geq 2, j = 1, \dots, p; \quad (19)$$

$$\sum_{j=1}^p MATR_{ij} = 1, i = 1, \dots, n; \quad (20)$$

$$f_1(Q) = 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon + (1 - \varepsilon)e^{\kappa Q \ln(\varepsilon/(1 - \varepsilon))}} \quad (\kappa = 0.05; \varepsilon = 0.0001);$$

$$f_2(Q) = a * Q + b$$

$$(a = -0.01; b = 1.01).$$