

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ МЕХАНИЗМОВ КОМПЛЕКСНОГО ОЦЕНИВАНИЯ С ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИЕЙ МАТРИЦ СВЕРТКИ

Харитонов В.А., Винокур И.Р.

*(Пермский государственный
технический университет, Пермь)*

Белых А.А.

*(Пермская государственная
сельскохозяйственная академия, Пермь)*

psaa.fpi@perm-edu.ru

Рассматриваются новые подходы к вопросам конструирования и расширения функциональных возможностей механизмов комплексного оценивания на основе описания топологии матриц свертки.

Ключевые слова: механизмы комплексного оценивания, матрицы свертки, функция чувствительности, транзитивное замыкание

Механизмы комплексного оценивания, строящиеся на основе деревьев целей (критериев) и матриц бинарной свертки в каждом узле [1], потенциально превосходят аддитивные модели и модели с весовыми коэффициентами аналогичного назначения как инструменты исследования свойств объектов с гетерогенными (разнородными) характеристиками благодаря полной независимости параллельных и частичной – последовательных элементарных процедур агрегирования. Однако будущее инструментов данного класса следует связывать с существенным развитием математического аппарата поддержки процессов их разработки и использования в широком спектре насущных прикладных задач от конкурсного оценивания до сценариев

развития в индивидуальных и групповых формах [2-7]. Первоочередные аспекты этой проблемы: развитие свойства ранжируемости, анализ чувствительности комплексной оценки объектов к вариациям частных критериев, разработка оптимальных или близких к ним траекторий развития и т.п., хотя первой и основной задачей следует считать обеспечение адекватности создаваемых моделей их прототипам и субъективным взглядам инициаторов моделирования.

В статье рассматриваются новые подходы к вопросам конструирования и расширения функциональных возможностей механизмов комплексного оценивания на основе описания топологии матриц свертки, включая совершенствование методики конструирования матриц свертки, формирование функций транзитивной чувствительности и нечеткого транзитивного замыкания.

Топологизация матриц свертки в интерпретации авторов строится на следующих положениях [6]:

1. Шкала переменных в механизмах комплексного оценивания укладывается в общепринятом интервале [1, 4].

2. Процедура нечеткой свертки f строится в соответствии с принципом обобщения по схеме, предложенной Д.А. Новиковым:

$$\mu_{\tilde{X}}(x) = \sup_{\{(x_1, x_2) | f(x_1, x_2) = x\}} \min \{ \mu_{\tilde{X}_1}(x_1), \mu_{\tilde{X}_2}(x_2) \},$$

где $\mu(x)$ – функция принадлежности.

3. Дефазификация (построение четких аналогов нечетких чисел) переменных осуществляется по наиболее распространенному методу Центра тяжести:

$$(1) \quad \hat{X} = ЦТ(\tilde{X}) = \varphi(\mu_1, \mu_2) = \sum x\mu / \sum \mu,$$

4. Согласно принятой модели нечеткого числа \tilde{X} как двух-элементного нечеткого множества

$$(2) \quad \tilde{X} = 1 / \mu(1) + 2 / \mu(2), \quad \mu(1) + \mu(2) = 1,$$

аргументы процедуры нечетной свертки в базовой подобласти $[1, 2] \times [1, 2]$ определения записываются в виде выражений

$$\tilde{X}_1 = 1 / (1 - \mu_1) + 2 / \mu_1, \quad \tilde{X}_2 = 1 / (1 - \mu_2) + 2 / \mu_2.$$

Значения параметров μ_1, μ_2 определяются из отношений

$\hat{X}_1 = 1 + \mu_1, \hat{X}_2 = 1 + \mu_2$, что обеспечивает взаимнооднозначность процедур: $\tilde{X} \leftrightarrow \hat{X}$, а также простоту формы представления экспертной информации об исходных данных \hat{X}_1, \hat{X}_2 , например, $\hat{X}_1 = 1,73, \mu_1 = 0,73, \tilde{X}_1 = 1/0,27 + 2/0,73$.

5. Множество матриц свертки, рекомендованных к использованию, сокращается до канонического, когда приращение значений свертки на каждом дискретном шаге изменения аргументов не превышает по горизонтали/вертикали и по диагонали 1 и 2 соответственно. Для канонических матриц обнаруживается ровно шесть типов $i \in \overline{0, 5}$ стандартных функций свертки, отличающихся в области определения нечеткой свертки $[1, 4]$ смещением $C \in \overline{0, 2} \times \overline{0, 2}$.

6. Процедура нечеткой свертки в базовой подобласти определения для наиболее востребованной на практике максиминной стратегии описывается отношением:

$$\begin{aligned} \tilde{X} = f(\tilde{X}_1, \tilde{X}_2) = & f(1, 1) / \min((1 - \mu_1), (1 - \mu_2)) + \\ (3) \quad & + f(1, 2) / \min((1 - \mu_1), \mu_2) + f(2, 1) / \min(\mu_1, (1 - \mu_2)) + \\ & + f(2, 2) / \min(\mu_1, \mu_2). \end{aligned}$$

7. Значения функций нечеткой свертки вычисляются в форме (1), а описываются уравнениями кусочно-гладких (в силу нелинейности выражения (3)) проекций изопрайс – линий одинаковой цены \hat{X}_C на базовую подобласть:

$$\hat{X}_C = \varphi(\mu_1, \mu_2) = f_i(\hat{X}_1, \hat{X}_2), \quad i \in \overline{0, 5}.$$

8. Сопряжение входа \tilde{X}_{j_2} последующей матрицы свертки с предыдущим \tilde{X}_{j_1} достигается соглашением:

$$\tilde{X}_{j_1} \xrightarrow{(1)} \hat{X}_{j_1} \xrightarrow{(2)} \tilde{X}_{j_1}, \quad \tilde{X}_{j_2} = \tilde{X}_{j_1}.$$

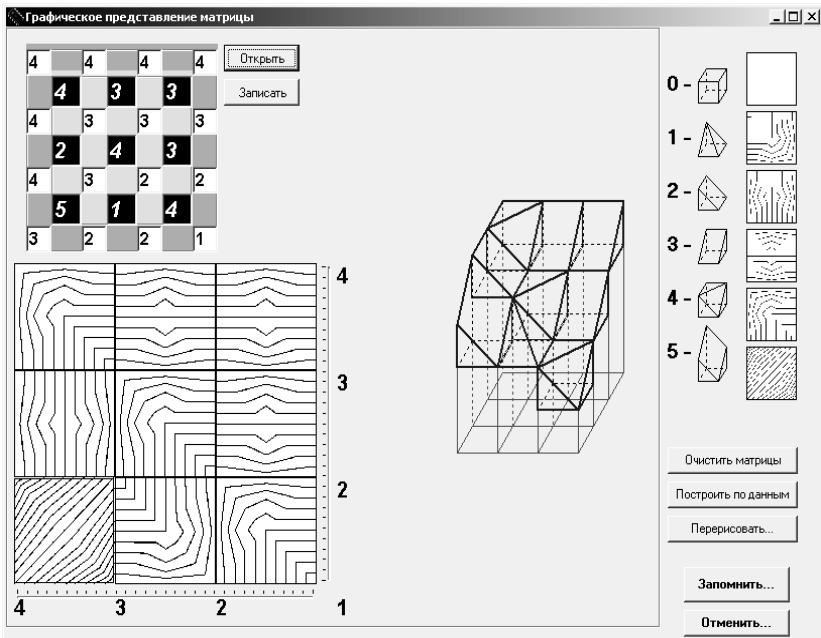


Рис. 1. Графическое представление матрицы свертки

Поддерживаемая программно (рис.1) топологизация матриц свертки существенно расширяет возможности конструирования и использования механизмов комплексного оценивания. Следует заметить, что обнаруживаемая в ходе вычислительного эксперимента локальная немонотонность проекций изопрайс имеет антропогенное происхождение и связана с выбранным типом стратегии.

Для заполнения матриц свертки размерности 4 x 4 (черные цифры на белом фоне) достаточно построить топологию матриц стандартных функций свертки размерности 3 x 3 (белые цифры на черном фоне), их взаимодозначность очевидна.

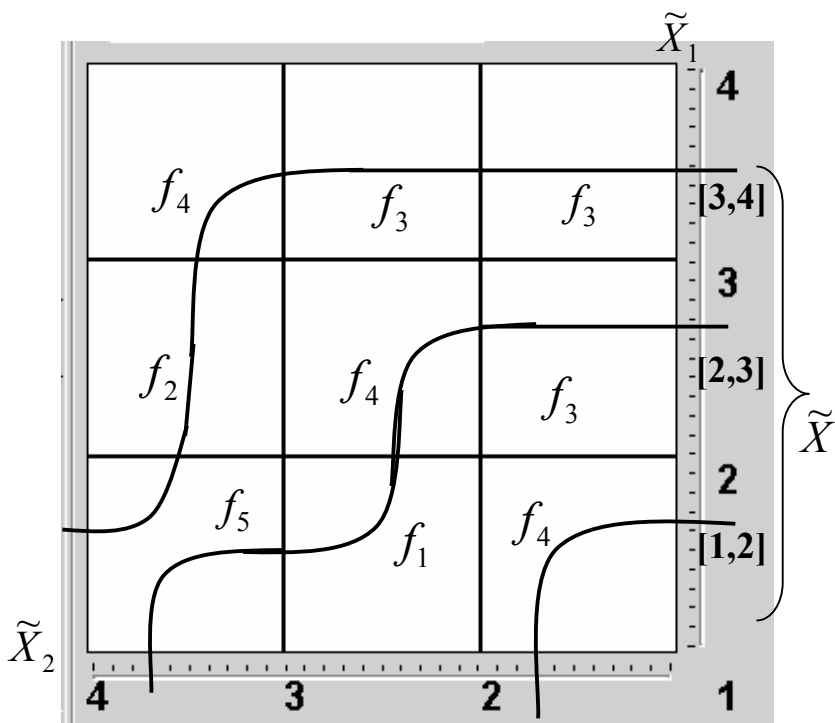


Рис. 2. Представление эксперта о характере конструируемой матрицы свертки, изображенной на рис. 1

С этой целью представление экспертов о характере рассматриваемой свертки на топологическом поле «заготовки» отображается тремя линиями изопрайс – по одной из трех «пучков», характеризующимся малым [1, 2], средним [2, 3] и большим [3, 4] уровнями значений свертки (рис.2). Полученный результат программным сервисом легко переводится в искомую форму представления матрицы свертки (рис. 1). Существенную поддержку в вопросах конструирования матриц свертки может оказать содержательная интерпретация стандартных функций свертки в закреплённой за ними подобласти определения: f_0 –

изменение частных критериев не приводит к изменению комплексной оценки, f_1 – рост комплексной оценки поддерживается только равномерным ростом частных критериев, либо выравниванием уровней их развития в случае возникшего расхождения, f_2 – стимулирование исключительно развития критерия x_1 , f_3 – стимулирование исключительно развития критерия x_2 , f_4 – рост комплексной оценки связывается с ростом обоих критериев, либо одного любого критерия, что может восприниматься как достижение успеха в определенном направлении развития объекта комплексного развития, f_5 – достижение синергетического эффекта в развитии комплексной оценки при равномерном развитии обоих критериев, либо роста комплексной оценки вследствие развития одного из критериев без достижения указанного эффекта.

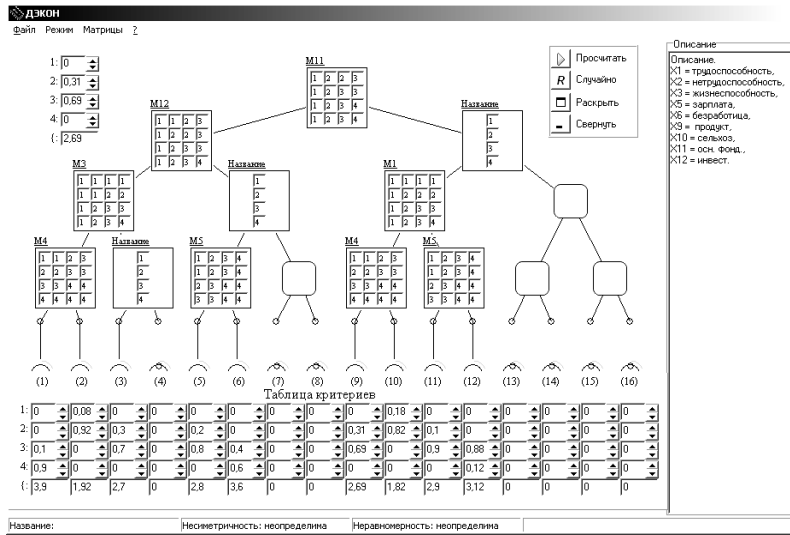


Рис. 3. Процедура свертки методом нечеткого комплексного оценивания

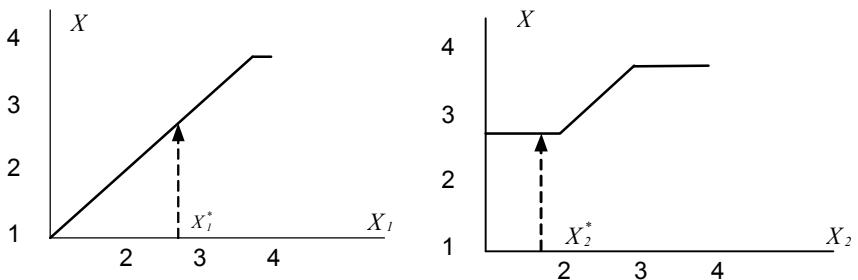
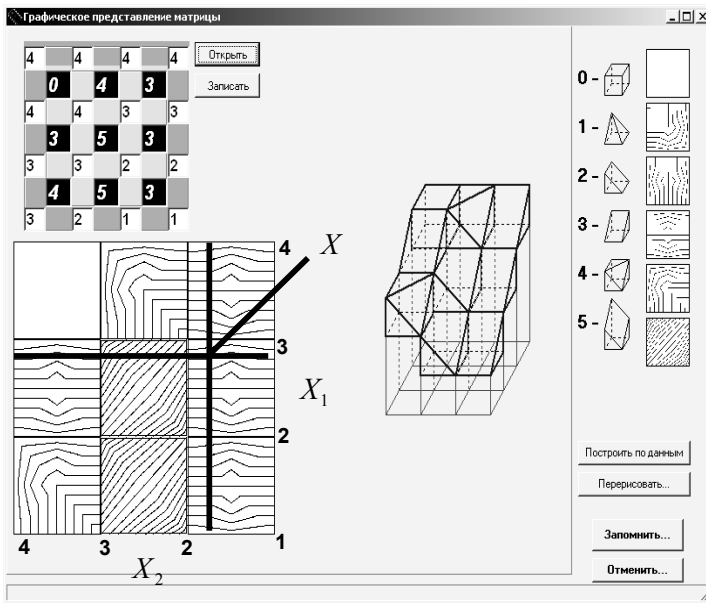


Рис. 4. Построение функций чувствительности графоаналитическим способом

Для проведения комплексного оценивания на программно реализованной модели необходимо все переменные (частные критерии) привести к стандартной шкале [1, 4], а назначенные экспертами их текущие значения ввести в понятной для них дефазифицированной форме \hat{X} . Окончательный и промежуточ-

ные результаты счета представляются над каждой матрицей дерева (рис. 3).

Подавая на вход механизма оценивания последовательность наборов исходных данных, можно получить информацию об изменениях (развитии, деградации) комплексной оценки сопоставляемых объектов в виде траекторий, составленных из последовательностей дискретных значений.

При управлении развитием (изменениями) комплексной оценки объекта возникает необходимость в установлении списка критериев, по отношению к которым она наиболее чувствительна в рассматриваемой рабочей точке $(\widehat{X}_{P_1}, \dots, \widehat{X}_{P_N})$.

Для отдельной матрицы можно построить графоаналитическим способом (рис. 4) линеаризованные частные функции чувствительности согласно последовательностям изопрайс произвольной матрицы вдоль прямых, параллельных одной, либо другой координате и проходящих через рабочую точку.

Несколько сложнее по этим данным графоаналитически построить транзитивные функции чувствительности, описывающие чувствительность комплексной (общей) оценки от частного критерия путем исключения промежуточных переменных в связанной последовательности простых функций чувствительности.

Достижимость требуемых для успеха на конкурсе значений комплексной оценки объекта развитием частных критериев может быть установлена пошагово. На каждом шаге в окрестности рабочей точки для этого строится приращение комплексной оценки по правилу дифференциала:

$$\Delta \widehat{X}_P = \frac{\partial \widehat{X}_P}{\partial \widehat{X}_{1P}} \Delta \widehat{X}_1 + \dots + \frac{\partial \widehat{X}_P}{\partial \widehat{X}_{NP}} \Delta \widehat{X}_N.$$

Как и все графоаналитические методы, данный подход является приближенным. Уменьшить его методическую погрешность можно переходя к прямым вычислениям функции чувствительности, которые могут быть ускорены табличными процедурами (рис. 5).

ЛФ СЕЛЬХОЗ-ДЕКОН

Матрицы | Векторы | Результат | Матрица 300 x 300 | График

2,5 M 1

4	3	2	1
3	3	2	1
2	2	2	1
1	1	1	1

2,98 M 2

4	3	2	1
3	3	2	1
2	2	2	1
1	1	1	1

2,5 M 3

4	3	2	1
3	3	2	1
2	2	2	1
1	1	1	1

2,98 M 4

4	3	2	1
3	3	2	1
2	2	2	1
1	1	1	1

3,67 M 5

4	3	2	1
3	3	2	1
2	2	2	1
1	1	1	1

2,81 M 6

4	3	2	1
3	3	2	1
2	2	2	1
1	1	1	1

2,5 M 7

4	3	2	1
3	3	2	1
2	2	2	1
1	1	1	1

4	M 8	2,98	M 9	3,98	M 10	3,67	M 11	2,82	M 12	3,77	M 13	3,19	M 14	2,5	M 15			
4	4	4	4	4	3	2	1	4	4	4	4	4	4	4	4	3	2	1
4	3	3	3	3	3	2	1	4	3	3	3	4	3	3	3	3	2	1
4	3	2	2	2	2	2	1	4	3	2	2	4	3	2	2	2	2	1
4	3	2	1	1	1	1	1	4	3	2	1	4	3	2	1	1	1	1

Значение критерия	1,77	1,62	2,98	3,22	3,98	2,79	3,67	4	2,86	2,66	1,25	3,77	1,5	3,12	2,5	2,97
№ Критерия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Режим:
 Функция чувствительности
 Транзитивное замыкание

№ Критерия:

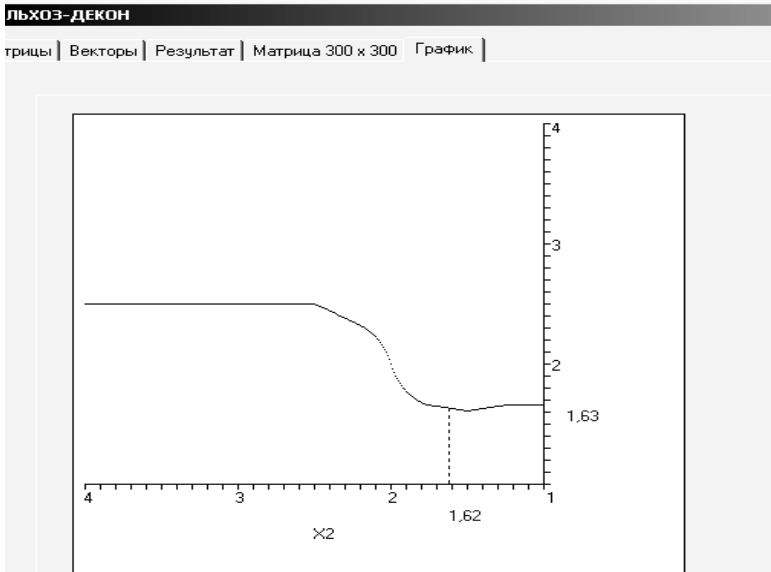


Рис. 5. Построение функции чувствительности табличным способом

При небольшом числе чувствительных критериев имеет смысл исследовать влияние на комплексную оценку пары переменных, что приводит к идее транзитивного замыкания на дереве комплексного оценивания, т.е. построения особой (одной) матрицы свертки, аргументами которой может стать любая пара исходных критериев, а сверткой – сама комплексная оценка (при фиксированных в рабочей точке остальных аргументах). Информативность такой матрицы очень высокая, т.к. она указывает предельную достижимость комплексной оценки требуемых значений за счет развития исключительно выбранной пары критериев и возможные на этом пути траектории развития объекта.

Для четкой функции свертки процедура транзитивного замыкания может быть построена на основе операции преобразования.

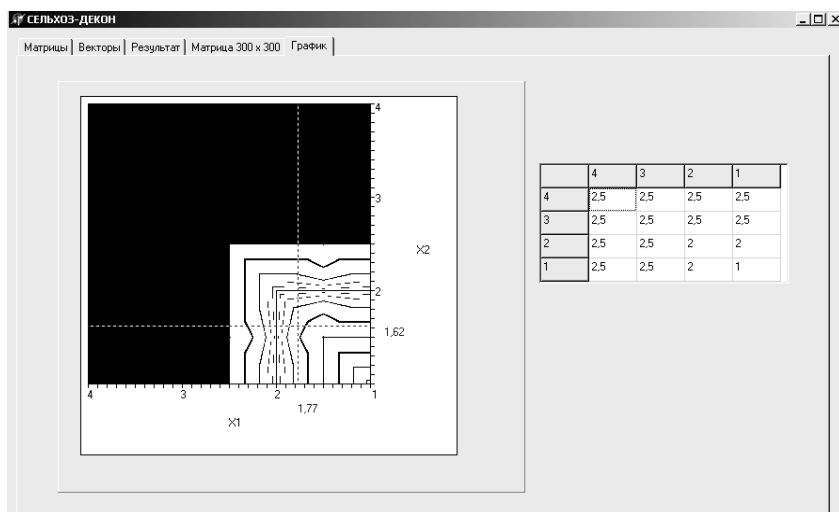


Рис. 6. Топология матрицы нечеткого транзитивного замыкания

Разработанный математический аппарат частично решает данную проблему, причем весьма приближенно для рабочих точек из области нечетких значений.

Можно предложить распространение принципа обобщения на процедуру преобразования для описания нечеткого транзитивного замыкания. Однако ее результат – матрица свертки с нечетким наполнением – мало пригоден для желаемого представления топологических свойств. Здесь предпочтительнее прямые табличные методы (рис. 6).

Предложенное топологическое представление матрицы свертки открывает новые горизонты решения проблем конструирования и расширения функциональных возможностей механизмов комплексного оценивания в прикладных задачах самого разнообразного происхождения.

Литература

- 1 БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Как управлять проектами.* – М.: СИНТЕГ-ГЕО, 1997. – 188 с.
- 2 ЕЛОХОВА И.В., БЕЛЯКОВ А.Ю., МЕЕРСОН М.Э., ХАРИТОНОВ В.А. *Транзитивные замыкания на деревьях комплексного оценивания // Управление большими системами.* Сб. тр. Вып. 9. М.: ИПУ РАН, 2004. – С. 53-56.
- 3 ЕЛОХОВА И.В., БЕЛЯКОВ А.Ю., ХАРИТОНОВ В.А. *Активная экспертиза класса несимметричности матриц свертки // Управление большими системами.* Сб. тр. Вып. 10. М.: ИПУ РАН, 2005. – С. 23-26.
- 4 ЕЛОХОВА И.В., ХАРИТОНОВ В.А. *Комплексное оценивание эффективности инвестиционных процессов развития промышленных предприятий // Вестник Воронежского государственного технического университета.* Воронеж, 2005.
- 5 ВИНОКУР И.Р., ЛИПИН Н.И., ИВАНОВ М.Г., БЕЛЫХ А.А., ШАЙДУЛИН Р.Ф. *Инструментальные средства комплексного оценивания сложных объектов с использованием топологии матриц свертки // Теоретические и при-*

- кладные аспекты информационных технологий: сб. науч. тр. / НИИУМС. – Пермь, 2006.– Вып. 55. – С. 131-137.
- 6 БЕЛЫХ А.А., КАМАЛЕТДИНОВ М.Р., ЛЫКОВ М.В., МИШКИНА Е.В. *Системы конструирования матриц свёртки в экспертных задачах комплексного оценивания* // Вестник «УГТУ – УПИ»: Строительство и образование. – Сб. науч. трудов. Екатеринбург: ГО ВПО УГТУ-УПИ, 2006. № 12 (83). – С. 24-26.
- 7 МЕНОВЩИКОВ К.В., БУКАЛОВА А.Ю., БЕЛАХ А.А. *Процедуры исследования чувствительности результатов комплексного оценивания объектов недвижимости*. // Вестник «УГТУ – УПИ»: Строительство и образование. – Сб. науч. трудов. Екатеринбург: ГО ВПО УГТУ-УПИ, 2006, № 12 (83). – С. 26-29.