

НЕТРАНЗИТИВНОСТЬ ПРЕВОСХОДСТВА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ: МЕЖДИСЦИПЛИНАРНЫЙ АНАЛИЗ

Поддьяков А.Н.

(Государственный университет
"Высшая школа экономики", г. Москва)
apoddiakov@hse.ru

Дается междисциплинарный анализ транзитивности – нетранзитивности отношения превосходства: A превосходит B , B превосходит C , A превосходит (уступает) C . Доказывается, что принцип транзитивности не является универсальным: во множестве предметных областей и с помощью различных исследовательских методов показано, что аксиома транзитивности, справедливая при отсутствии взаимодействий между сравниваемыми объектами, перестает работать в более сложных ситуациях. Здесь требуется изменение способа рассуждений, и само следование аксиоме транзитивности может становиться логической ошибкой.

Ключевые слова: принятие решений, выбор альтернатив, транзитивность – нетранзитивность отношения превосходства

Введение

Важнейшей частью постановки и решения самых разных проблем является оценивание, сравнение конкурирующих альтернатив на предмет выбора одной или нескольких наилучших. Проблемы сравнения не элементарных, а сложных объектов, как реальных, так и идеальных, во многом связаны с тем, что эти объекты обладают свойствами эмергентности (система больше суммы составляющих ее частей), недизъюнктивности и другими неожиданными свойствами, плохо описываемыми средствами методологии, не учитывающей системных взаимодействий.

Именно в этом контексте мы рассмотрим дискуссионную проблему нетранзитивности отношений превосходства при взаимодействии сложных систем.

В логике транзитивность определяется как такое свойство отношений, при котором из того, что первый элемент находится в определенном отношении ко второму, а второй – к третьему, следует, что первый элемент находится в этом же отношении к третьему (из aRb и bRc следует aRc). В классической логике сравнения и в традиционной теории принятия решений *транзитивность отношений превосходства вводится как аксиома, считающаяся "ключевым критерием рациональных действий"* [5]. Это аксиома состоит в следующем: если первое превосходит второе в определенном отношении, а второе превосходит третье, то первое превосходит третье в указанном отношении [4]. Овладение транзитивными рассуждениями считается важнейшим этапом умственного развития человека. Оно связано со способностью делать дедуктивные заключения, с пониманием сущности измерения, принципов сохранения по Ж.Пиаже и т.д. Однако в силу психологических причин люди нередко совершают ошибочные нетранзитивные выборы – вопреки объективной логике превосходства между объектами, с которыми они имеют дело [19].

Вокруг принципа транзитивности превосходства ведутся принципиальные дискуссии. Как пишет Л.Темкин, "аксиома транзитивности обладает мощной притягательностью и играет фундаментальную роль в практических рассуждениях... любое оспаривание этой аксиомы будет угрожать не только возможности последовательного подхода к ранжированию тех или иных объектов; оно может угрожать самому понятию рациональности" [18, p. 179].

Мы выделяем три взаимосвязанные группы аргументов в дискуссиях о принципе транзитивности отношений превосходства. Одна группа связана со строгими формально-логическими и математическими доказательствами транзитивности – нетранзитивности. Вторая группа связана с анализом реальных нетранзитивных отношений в тех или иных конкретных областях

(например, биологии, социологии, психологии и др.) и конкретных механизмов взаимодействий, ведущих к нетранзитивности, если она обнаруживается. Третья группа аргументов относится к общенаучным и философским обобщениям проблемы и ее важнейшим следствиям.

Мы выделяем три взаимосвязанные группы аргументов в дискуссиях о принципе транзитивности отношений превосходства. Одна группа связана со строгими формально-логическими и математическими доказательствами транзитивности – нетранзитивности. Вторая группа связана с анализом реальных нетранзитивных отношений в тех или иных конкретных областях (например, биологии, социологии, психологии и др.) и конкретных механизмов взаимодействий, ведущих к нетранзитивности, если она обнаруживается. Третья группа аргументов относится к общенаучным и философским обобщениям проблемы и ее важнейшим следствиям.

1. Логические и математические модели нетранзитивности

Ситуация с транзитивностью – нетранзитивностью станет более определенной, если учесть следующее принципиальное обстоятельство. Среди аксиом теории принятия решений имеется и такая, которая исключает возможность взаимодействия между исходами (последствиями) [5]. Учитывая это, мы высказываем следующее суждение: аксиома транзитивности перестает работать в ситуациях, когда между сравниваемыми объектами происходят взаимодействия, и сравнение производится именно по способности взаимодействовать. Здесь требуется изменение способа рассуждений, и само следование аксиоме транзитивности может стать логической ошибкой [10, 11, 12, 16]. В данной статье мы сосредоточимся именно на тех случаях нетранзитивности, которые связаны с взаимодействиями между выбираемыми альтернативами.

1.1. Нетранзитивная игра в кости

Б. Эфрон предложил комплекты игральных костей, обладающих парадоксальными свойствами [3; 13; 17]. Рассмотрим, например, набор из 4 игральных кубиков A, B, C, D со следующими числами на гранях: $A - 7, 7, 7, 7, 1, 1$; $B - 6, 6, 5, 5, 4, 4$; $C - 9, 9, 3, 3, 3, 3$; $D - 8, 8, 8, 2, 2, 2$. Можно убедиться, что здесь каждый предшествующий кубик в среднем выигрывает $2/3$ партий у последующего и проигрывает ему $1/3$ партий (т.е. в 2 раза меньше), но при этом последний кубик (D) выигрывает в той же пропорции у кубика A . (Выигрышем считается выпадение большего числа на верхней грани кубика.) Тем самым можно утверждать, что эти кубики "нетранзитивны": если правила позволяют, то при возможности выбора из пары кубиков A и B надо выбрать A , оставив сопернику "более проигрышный" кубик B ; при выборе между B и C надо выбрать B ; при выборе между C и D надо выбрать C ; но при выборе между D и A надо выбрать D . В целом, доказано, что для любых n игральных костей с n гранями, начиная с $n > 2$, всегда можно подобрать такие числа на гранях в диапазоне до n^2 , что все члены этого множества образуют нетранзитивный круг выигрышей: первый член чаще выигрывает у второго, второй – у третьего и т.д., но последний – у первого [15].

Подчеркнем: в игральных костях элементы сравниваемых объектов (грани кубиков) функционально однородны и между ними нет непосредственного (например, физического) взаимодействия. Но при более сложной и дифференцированной структуре реально взаимодействующих объектов возможны другие схемы взаимодействий, причем не только вероятностные, а и *детерминистские, также ведущие к нетранзитивности*. Мы показали, что нетранзитивность превосходства закономерно наблюдается при такой структуре сравниваемых объектов, которая включает: а) средства, имеющиеся у одного объекта, для воздействия на другой; б) зоны, чувствительные к воздействию другого объекта; в) зоны, по тем или иным причинам "закрытые" для него. Эти структуры могут быть несимметричны относительно друг друга, что и определяет нетранзитивный характер

отношений превосходства между объектами [10; 11; 12]. Рассмотрим в качестве примера следующую модель.

1.2. "Выбор танка для дуэли"

Наша модель построена на материале шоу "Война роботов", в котором схватываются дистанционно управляемые боевые механизмы. Отталкиваясь от особенностей реально используемых в этой игре устройств, построим следующую модель.

Пусть имеется три условных танка (рис. 1). Танк "Башне-рез" имеет пилу для срезания башни противника, а также защищенный и неуязвимый для какого-либо оружия мотор, но слабые шасси. Танк "Моторокрушитель" имеет устройство, выводящее из строя чужие двигатели, слабую башню и защищенные шасси. Танк "Шассидробитель" имеет устройство, выводящее их строя чужие шасси, защищенную башню и незащищенный мотор. Тогда при возможности выбора оружия в дуэли 1-го и 2-го танков предпочтительнее 1-й (он может прорезать слабую башню 2-го, а сам защищен от нападения на свой мотор, где 2-й мог бы причинить ущерб). Аналогично, в дуэли 2-го и 3-го танков предпочтительнее 2-й, но в дуэли 3-го и 1-го лучше 3-й, что является нарушением принципа транзитивности.

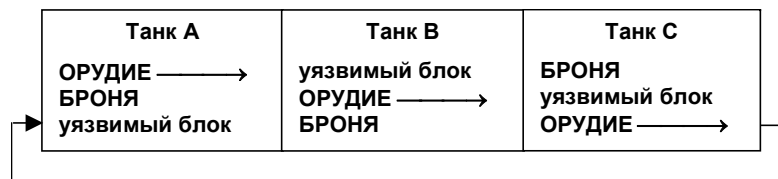


Рис. 1. Танк А поражает танк В, танк В поражает танк С, танк С поражает танк А.

При вышеуказанном условии превосходства средств защиты над средствами нападения соблюдаются следующие общие отношения предпочтительности. Композиция "средства нападения в области А – защита в области В – отсутствие средств нападения и защиты в области В" предпочтительнее композиции "отсутствие средств нападения и защиты в области А – средства

нападения в области В – защита в области В". Эта вторая, в свою очередь, предпочтительнее третьей композиции: "защита в области А – отсутствие средств нападения и защиты в области В – средства нападения в области В". Но третья предпочтительнее первой.

Данная модель может объяснять нетранзитивные отношения превосходства между спортивными командами, а также и между компьютерными программами – участниками соревнований по интеллектуальным играм: шахматам, нардам и т.п. [7; 8]. Иерархия подобных систем не выстраивается в пирамиду с указанием первого, второго и последнего места, а образует круг. По сумме побед и поражений все участники могут занять одинаковые (нулевые) места. Результат конкретного конфликта определяется в такой системе только взаимодействием с конкретным соперником. Подчеркнем, что речь идет об *итоговом сравнении по некоторой одной интегральной характеристике, т.е. о сравнении в одном, пусть и сложном, отношении, а не о раздельном сравнении в разных отношениях.*

1.3. Нетранзитивные модели кооперации

Аналогично, принцип транзитивности может нарушаться не только в ситуациях конфликта, но и кооперации. Субъект А может быть способен к эффективной помощи субъекту В, но субъект В может и не быть способен к помощи А. Субъект В способен к помощи субъекту С, а С – к помощи А, но не наоборот. Это можно легко продемонстрировать на разработанных нами моделях "Врач для врача" и "Учитель для учителя".

Имеются 3 врача. Первый врач – специалист по лечению органов X, имеет здоровые органы Y и страдает заболеванием органов Z. Второй врач – специалист по лечению органов Y, имеет здоровые органы Z и страдает заболеванием органов X. Третий врач – специалист по лечению органов Z, имеет здоровые органы X и страдает заболеванием органов Y. Очевидно, что отношение "лечить более эффективно" (или же "быть более здоровым после лечения") в данном случае нетранзитивно.

Аналогично строится нетранзитивный круг отношения превосходства в модели "Учитель для учителя".

2. Объективная нетранзитивность превосходства в предметных областях

В биологических исследованиях показано, что один вид микроорганизмов может вытеснять с территории второй вид, этот второй вытесняет третий, а тот, в свою очередь, вытесняет первый. Отношения "бойцовской силы" между этими видами нетранзитивны [14]. Зоопсихологической закономерностью является то, что в группе животных особь *A* может доминировать над *B*, *B* над *C*, но *C* над *A*. Семейные отношения доминирования далеко не всегда транзитивны: отец доминирует над ребенком, ребенок над матерью, мать над отцом. В человеческой культуре иерархия субъектов, выполняющих разные социальные функции, может быть нетранзитивной – Я.Вальсинер показывает это на примере индийской культуры. Он выдвигает фундаментальное положение, что *нарушение транзитивности превосходства – это универсальная закономерность порождения новизны в любой системе* [16].

Другой областью, содержащей богатый материал по нетранзитивности отношений превосходства, является социология и всё, что связано с парадоксом Кондорсе. Еще в 18-м веке он показал, как *индивидуальные транзитивные* предпочтения избирателей при голосовании парадоксальным образом трансформируются в *нетранзитивные групповые*. Качественно новым шагом в развитии этой проблематики стали в 20-м веке исследования К. Дж. Эрроу, сформулировавшего знаменитую теорему о невозможности и получившего за свои работы Нобелевскую премию.

3. Рефлексия в задачах на достижение превосходства

При решении многих комплексных проблем чрезвычайно важен анализ и учет намерений и действий других людей –

партнеров, союзников, противников. Пути этого анализа рассматриваются в теории рефлексивных игр [6; 9]. Для нас важно, что в антагонистических играх рефлексия может способствовать успеху более продвинутого игрока, ломая при этом объективно имевшиеся транзитивные отношения превосходства и переворачивая казавшуюся незыблемой иерархию. В качестве примера приведем забавную логическую задачу [2].

В сказочном лесу среди обычных источников было 10 волшебных колодцев с отравленной водой. Все пронумерованы. Выпьешь – умрешь через час. Единственное противоядие: в течение этого часа выпить воду из колодца, номер которого больше. Тогда оба яда нейтрализуются, и вреда не будет. (Например, если выпил воды из 5-го колодца, то противоядием может быть вода из 6-го, 7-го, 8-го, 9-го, 10-го). Но воду из последнего, 10-го колодца нейтрализовать ничем нельзя. Все жители сказочного леса имеют доступ только к первым 9 колодцам, а ко всем 10 – только дракон. Лиса и дракон вызвали друг друга на дуэль. Дуэль такая – каждый приносит кружку воды и дает выпить противнику. Известно, что после дуэли лиса осталась жить, а дракон – нет. Как это могло получиться?

Авторы задачи не привели ответа. С нашей точки зрения, решение таково. Дракон решил дать лисе воды из 10-го колодца – от него нет противоядия. При этом он решил сам запить водой из 10-го колодца то, что принесет ему лиса – чтобы нейтрализовать любой яд. Но лиса, поняв ход рассуждений дракона, принесла ему простой воды, и он, запив ее из 10-го колодца, отравился – эту ядовитую воду нечем запить. Лиса же перед дуэлью выпила воды из какого-то из 9 отравленных колодцев, и вода из 10-го колодца стала для нее противоядием. Таким образом, объективно имевшаяся транзитивная иерархия отношений ядовитости колодцев (каждый следующий более ядовит) была использована таким образом, что пользователь менее ядовитых колодцев победил того, кто контролировал и использовал все колодцы, в том числе и самый ядовитый.

В то же время рефлексия, способная переворачивать объективно имеющиеся отношения превосходства, сама оказывается не защищенной от опасности нетранзитивности [10].

4. Психологические орудия овладения и совладания с нетранзитивностью

Для овладения закономерностями нарушения транзитивности в тех или иных ситуациях создан ряд культурных средств разного уровня [10, 12]. На уровне обыденного сознания люди с детства встречают описания нетранзитивности превосходства в фольклоре (сказках, считалках и т.п.), в описаниях реальных событий, в играх (например, игре "камень, ножницы, бумага"). На уровне систематического образования частью ряда учебных курсов и программ является проблематизация отношения превосходства как транзитивного и экспликация случаев, где наблюдается закономерная нетранзитивность превосходства [10; 13; 17]. На уровне деятельности экспертов описаны различные варианты реакции эксперта на навязанную нормативную оценку нетранзитивности отношения предпочтительности как ошибочного в такой ситуации оценивания, где он считает реальные отношения нетранзитивными [1].

Заключение

Принцип транзитивности отношения превосходства не является универсальным, его несоблюдение не может считаться в общем случае логической ошибкой, и предложение его соблюдать не должно носить характера абсолютного канонического требования. Во множестве предметных областей и с помощью различных исследовательских методов показано, что аксиома транзитивности перестает работать в ситуациях, когда между сравниваемыми объектами происходят взаимодействия, и сравнение производится именно по способности взаимодействовать. Здесь требуется изменение способа рассуждений, и само следо-

вание аксиоме транзитивности может стать логической ошибкой.

Нормативный канонический принцип транзитивности превосходства может быть своеобразным "троянским конем" или частью более широкого "троянского обучения" [10]. Преднамеренная последовательная демонстрация пар сравниваемых объектов может создавать у человека, для которого она производится, ложное представление об иерархии этих объектов и их предпочтительности, провоцируя ошибочный выбор. Таким образом, апеллирование к транзитивности превосходства может быть средством управления чужой интеллектуальной оценкой и эмоциональным отношением, средством рефлексивного управления чужим решением [12]. Кроме того, представление в учебниках и руководствах транзитивности превосходства как аксиомы и как нормативного канонического принципа принятия решений – без сообщения о границах его применимости и о классах случаев, где она не соблюдается, – оказывается непреднамеренным троянским конем. Человек, усвоивший этот принцип как аксиому, будет не готов к столкновению со случаями закономерной нетранзитивности. Действие этого троянского коня проявляется даже в деятельности экспертов. Как показывают Н.А. Абрамова и С.В. Коврига, под влиянием навязанных схем и иных факторов влияния в случае обнаружения нетранзитивности "имеется риск ошибочно признанной ошибки и, как следствие, ошибочно скорректированного знания эксперта-аналитика", ведущее к снижению достоверности принимаемых решений [1].

В целом, следует различать 4 типа ситуаций, связанных с: а) объективностью отношений транзитивности – нетранзитивности и б) их субъективной оценкой человеком. 1-й тип: отношения превосходства между рассматриваемыми системами (элементами и т.д.) объективно транзитивны, и субъект правильно оценивает их как транзитивные. 2-й тип: отношения превосходства объективно транзитивны, но субъект ошибочно оценивает их как нетранзитивные. 3-й тип: отношения превосходства объективно нетранзитивны, но субъект ошибочно оценивает их как транзи-

тивные. 4-й тип: отношения превосходства объективно нетранзитивны, и субъект правильно оценивает их как нетранзитивные [11].

Отношения превосходства транзитивны в случае сравнения объектов, описываемых одной одномерной характеристикой (например, длиной) и не взаимодействующих между собой. В случаях взаимодействия объектов, описываемых многомерным пространством характеристик, пусть и четко сформулированных, проблема определения транзитивности / нетранзитивности отношения превосходства переходит в разряд алгоритмически неразрешимых (что не исключает возможности решения тех или иных конкретных задач, входящих в этот класс).

Литература

1. АБРАМОВА Н.А., КОВРИГА С.В. *О рисках, связанных с ошибками экспертов и аналитиков* // Труды 4-ой Международной конференции "Когнитивный анализ и управление развитием ситуаций". М.: ИПУ РАН, 2004. Т. 2. С. 12–23.
2. АЛЕКСЕЕВА Л.Н., КОПЫЛОВ Г.Г., МАРАЧА В.Г. *Исследовательская деятельность учащихся: формирование норм и развитие способностей* // Исследовательская работа школьников. 2003. N 4. С. 25–28.
3. ГАРДНЕР М. *Крестики-нолики*. М.: Мир, 1988.
4. ЗИНОВЬЕВ А.А. *Логическая физика*. М.: Наука, 1972.
5. КОЗЕЛЕЦКИЙ Ю. *Психологическая теория решений*. М.: Прогресс, 1979.
6. ЛЕФЕВР В.А. *Конфликтующие структуры*. М.: ИП РАН, 2000.
7. МЕЛЬНИКОВ Б., РАДИОНОВ А. Программирование недетерминированных игр // Гордон А.Г. Диалоги. М.: Предлог, 2005. С. 93–112.
8. МОСЕЕВ А.В. *Применение методов искусственного интеллекта в переборных алгоритмах*. Ульяновск: УГУ, 1999.
9. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексивные игры*. М.: СИНТЕГ, 2003.
10. ПОДДЬЯКОВ А.Н. *Исследовательское поведение: стратегии познания, помощь, противодействие, конфликт*. М.: Эребус, 2006.
11. ПОДДЬЯКОВ А.Н. *Непереходность (нетранзитивность) отношений превосходства и принятие решений* // Психология. Журнал Высшей школы экономики. 2006. № 3. С. 88–111.
12. ПОДДЬЯКОВ А.Н. *Отношения превосходства в структуре рефлексивного управления* // Рефлексивное управление / Под ред. А.В.Брушлинского, В.Е.Лепского. М.: ИП РАН, 2000. С. 37–38.
13. СЕКЕЙ Г. *Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике*. М.: Мир, 1990.
14. BODDY L. *Interspecific combative interactions between wood-decaying basidiomycetes* // FEMS microbiology ecology. 2000. Vol. 31. P. 185–94.
15. DESHPANDE M.N. *Intransitive dice* // Teaching statistics. 2000. Vol. 22 (1). P. 4–5.
16. PODDIKOV A. N., VALSINER J. *Intransitivity cycles and their transformations: how dynamically adapting systems function?* // Theory & psychology (в печати).
17. ROBERTS T. S. *A ham sandwich is better than nothing: Some thoughts about transitivity* // Australian senior mathematics journal. 2004. Vol. 18 (2). P. 60–64.
18. TEMKIN L. S. *A continuum argument for intransitivity* // Philosophy and public affairs. 1996. Vol. 25. P. 175–201.
19. TVERSKY A. *Intransitivity of preferences* // Psychological review. 1969. V. 76. P. 31–48.