

ОДНОРОДНЫЕ ФУНКЦИИ ЗАТРАТ МЕНЕДЖЕРОВ И ОПТИМАЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА

Губко М.В.

(Институт проблем управления РАН, Москва)

mgoubko@mail.ru

Кратко описывается развиваемый в ИПУ РАН подход к постановке и решению задач поиска оптимальных иерархических структур. Приводятся некоторые полученные результаты и содержательные примеры их использования.

Ключевые слова: оптимальная иерархия, организационная структура, однородная функция затрат.

Введение

Статья рассказывает о работе, которая ведется в Институте проблем управления РАН в области разработки математических моделей поиска оптимальных иерархических структур, в частности, о некоторых результатах и перспективах исследования задачи формирования организационной иерархии (штатного расписания организации).

В настоящее время считается общепризнанным, что вид организационной структуры оказывает огромное влияние на эффективность функционирования организации. Известно, что в крупных современных фирмах на содержание штата управленцев уходит до 40%-60% всего фонда оплаты труда. Поэтому вопросы разработки рациональных систем организационного управления являются весьма актуальными.

В реальных организациях возможности эксперимента со структурой управления очень ограничены, поэтому важное значение приобретают теоретические модели, которые позволяют выбрать эффективную организационную иерархию, а также обосновать необходимость и направление ее реформирования при изменении условий функционирования фирмы. Несмотря на

то, что исследованию формальных моделей формирования организационных иерархий посвящено большое количество работ как российских, так и зарубежных ученых (см. обзоры в [4, 6]), рассматриваемая проблема является настолько сложной и многогранной, что говорить о разработке прикладных методов формирования оргструктур пока рано.

В основу описываемого ниже подхода положено разделение задачи организационного дизайна на три этапа: разработку технологии функционирования организации, выбор организационной структуры и построение механизмов управления. Такое разделение позволяет сконцентрировать внимание на втором этапе и сформулировать задачу формирования организационной структуры как задачу дискретной оптимизации – выбора из множества допустимых иерархий управления наилучшей.

Исследуемая формальная модель слабо зависит от содержательных интерпретаций, что позволяет использовать ее для решения широкого класса задач – от формирования организационной структуры до проектирования сборочного производства. В роли критерия качества, минимизируемого выбором иерархии, выступают ее затраты, складывающиеся из затрат составляющих ее менеджеров. В настоящее время удалось достаточно далеко продвинуться в исследовании т.н. «однородных» функций затрат менеджера, имеющих постоянную эластичность на масштаб и хорошо согласующихся с эмпирическими данными.

В частности, удалось показать, что при однородных функциях затрат в оптимальных иерархиях все менеджеры имеют примерно одинаковую норму управляемости (количество непосредственных подчиненных). Основным теоретическим результатом является нижняя оценка затрат оптимальной иерархии и конструктивные доказательства ее хорошего качества, позволяющие во многих важных с практической точки зрения случаях эффективно строить субоптимальные иерархии.

Аналитическое выражение для затрат оптимальной иерархии позволяет дать ответ на вопросы о том, как условия функционирования организации сказываются на виде и затратах организационной структуры, а также как она должна изменяться

с изменением этих условий. На основе общих результатов легко формулировать и анализировать содержательные задачи формирования организационных иерархий.

1. Описание модели

Организационные иерархии моделируются направленными деревьями, листьям которых соответствуют рядовые сотрудники организации (исполнители), а остальным вершинам – менеджеры, управляющие исполнителями [5]. Менеджер – это руководитель подразделения, включая, возможно, его аппарат (секретарей, помощников).

Задача поиска оптимальной иерархии формулируется следующим образом [1]. Пусть задано множество исполнителей N и множество Ω допустимых иерархий, которые можно надстроить над этим множеством исполнителей. Каждой иерархии $H \in \Omega$ поставлено в соответствие неотрицательное число $C(H)$ – затраты на ее содержание. Необходимо найти допустимую иерархию с минимальными затратами, т.е. найти $H^* \in \text{Arg min}_{H \in \Omega} C(H)$. Ниже считаем, что допустимыми являются любые деревья, которые можно надстроить над множеством исполнителей N .

Когда количество исполнителей мало, оптимальную иерархию можно найти полным перебором (понятно, что в общем случае это единственный способ решения). Однако обычно допустимых иерархий настолько много, что задать функцию затрат перечислением ее значений для всех иерархий невозможно. Тогда функция затрат определяется аналитическим выражением или алгоритмом, которые зависят от структурных параметров иерархии – количества менеджеров, числа их подчиненных, выполняемых менеджерами задач и т.п.

Введем ряд определений, базируясь, в основном, на терминологии работы [5]. Назовем *группой исполнителей* любое непустое подмножество множества исполнителей. Для любого менеджера t иерархии H можно определить *подчиненную группу исполнителей* $s_H(t)$ – группу исполнителей, для которых он

является начальником в иерархии H (напрямую или опосредованно через других подчиненных ему менеджеров). Будем также говорить, что менеджер t управляет группой $s_H(m)$. Каждый исполнитель управляет «группой», состоящей из него самого.

Часто можно считать, что затраты на содержание иерархии складываются из затрат на содержание входящих в нее менеджеров, то есть $C(H) = \sum_{m \in H} c(m, H)$. Функция $c(m, H)$ затрат менеджера говорит, сколько стоит содержание менеджера m в рамках иерархии H .

Функция затрат менеджера называется *секционной* [5], если она зависит только от групп исполнителей, которыми управляют его непосредственные подчиненные. Секционную функцию затрат можно записать в виде $c(m, H) = c(s_1, \dots, s_r)$, где s_1, \dots, s_r – группы исполнителей, управляемые r непосредственными подчиненными менеджера m .

Задание секционной функции затрат менеджера в общем случае сводится к прямому перечислению ее значений для всех возможных наборов групп, что довольно сложно из-за огромного количества таких наборов. Чтобы иметь возможность представить ее в компактной форме, необходимо каждой группе исполнителей или набору групп поставить в соответствие одну или несколько числовых характеристик, и положить функцию затрат зависящей уже от этих характеристик. Проще всего это сделать, введя меру на множестве исполнителей. Каждому исполнителю $w \in N$ ставится в соответствие положительное число $\mu(w)$ – его *мера*. Мерой группы исполнителей называется суммарная мера исполнителей, входящих в группу. Считаем, что затраты менеджера можно записать в виде функции r переменных: $c(s_1, \dots, s_r) = c(\mu_1, \dots, \mu_r)$, где μ_1, \dots, μ_r – это меры групп, управляемых непосредственными подчиненными менеджера.

Содержательно мера исполнителя может соответствовать, скажем, сложности работы по управлению этим исполнителем. Так, мера клерка канцелярии может оказаться больше меры квалифицированного рабочего, работающего на критическом этапе производства, если у клерка постоянно возникают пробле-

мы, связанные, например, с классификацией входящей почты, и требующие вмешательства его руководителя.

Функция затрат $c(\mu_1, \dots, \mu_r)$ называется *однородной* [5], если существует такое неотрицательное число γ , что для любого положительного числа A и любого набора мер μ_1, \dots, μ_r верно тождество $c(A\mu_1, \dots, A\mu_r) = A^\gamma c(\mu_1, \dots, \mu_r)$. Число γ называется *степенью однородности* функции затрат.

При однородной функции затрат пропорциональное увеличение мер групп всех исполнителей в A раз приводит к росту затрат менеджера в A^γ раз. Имеются определенные эмпирические предпосылки к описанию затрат менеджера однородными функциями. Начиная со статьи [7], и заканчивая последними работами [8], большое количество публикаций экспериментально подтверждают степенную зависимость вознаграждения менеджеров от размера управляемого ими подразделения.

2. Теоретические результаты

Итак, задача состоит в том, чтобы при заданном множестве исполнителей и фиксированной однородной функции затрат менеджера найти *оптимальную иерархию*, то есть иерархию, имеющую минимальные затраты.

Удается доказать [4], что оптимальная иерархия стремится быть, так называемым, *однородным деревом*, в котором каждый менеджер имеет одинаковую норму управляемости и делит подчиненную группу исполнителей между своими непосредственными подчиненными на подгруппы в одинаковой *пропорции* с точки зрения их мер.

На рис. 1 приведены три примера однородных деревьев. Для каждого сотрудника изображена мера управляемой им группы. Иерархия 1а – это 3-дерево с пропорцией $x = (1/3, 1/3, 1/3)$, иерархия 1б – это 2-дерево с пропорцией $(1/2, 1/2)$, а иерархия 1в – 2-дерево с пропорцией $(1/3, 2/3)$.

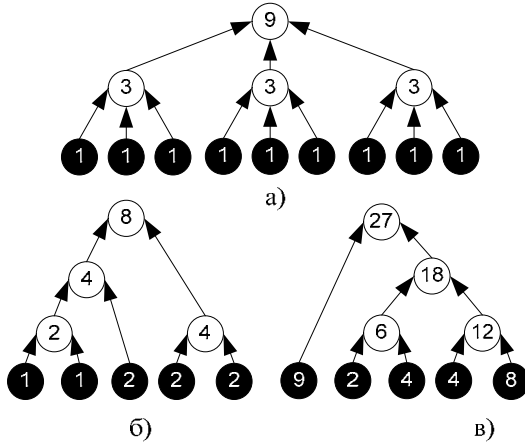


Рис. 1. Примеры однородных деревьев

Однородные деревья замечательны тем, что их затраты легко вычисляются аналитически. Так, в [4] показывается, что если задано множество из n исполнителей с мерами $\mu(1), \dots, \mu(n)$ и однородная степени γ функция затрат менеджера, то затраты однородного дерева с нормой управляемости r и пропорцией $x = (x_1, \dots, x_r)$ равны

$$(1) \quad C(H) = \begin{cases} |\mu^\gamma - \sum_{j=1}^n \mu(j)^\gamma| \frac{c(x_1, \dots, x_r)}{|1 - \sum_{i=1}^r x_i^\gamma|}, & \text{если } \gamma \neq 1, \\ (\mu \ln \mu - \sum_{j=1}^n \mu(j) \ln \mu(j)) \frac{c(x_1, \dots, x_r)}{-\sum_{i=1}^r x_i \ln x_i}, & \text{если } \gamma = 1, \end{cases}$$

где $\mu := \mu(N) = \sum_{i=1}^n \mu(i)$ – суммарная мера всех исполнителей. Для нахождения *наилучшего* однородного дерева необходимо определить норму управляемости r^* и пропорцию x^* , минимизирующие выражение (1). Эта задача сводится к набору задач классической непрерывной минимизации, и ее решение гораздо проще, чем решение исходной задачи дискретной оптимизации.

Конечно, за это упрощение приходится платить. Так, затраты наилучшего однородного дерева дают лишь *нижнюю оценку*

затрат оптимальной иерархии. То есть, вычислив их, можно гарантировать, что затраты любого дерева будут не меньше.

Однако оказывается, что в большинстве практически важных случаев в крупных организациях, состоящих из большого числа исполнителей, эта нижняя оценка имеет хорошее качество. Именно, если выполнено одно из двух условий¹:

1. $\gamma \geq 1$, меры всех исполнителей лежат в некотором диапазоне от $\underline{\mu}$ до $\bar{\mu}$ и все компоненты оптимальной пропорции x^* положительны,
 2. $\gamma < 1$, меры всех исполнителей одинаковы, все компоненты оптимальной пропорции x^* равны между собой,
- то отношение затрат оптимальной иерархии к затратам наилучшего однородного дерева стремится к единице с ростом количества исполнителей в организации (см. доказательство в [4]).

Более того, в этих случаях можно предложить эффективные алгоритмы построения *субоптимальных* деревьев, затраты которых лишь ненамного превышают нижнюю оценку. Это «почти однородные» деревья, в которых нормы управляемости менеджеров «примерно равны» r^* , а пропорция, в которой они делят управляемую группу исполнителей между своими непосредственными подчиненными, «почти совпадает» с x^* .

3. Пример содержательной задачи

Проиллюстрируем использование описанных выше результатов на примере простой модели организационной иерархии.

Рассмотрим организацию, основной задачей которой является реализация некоторого технологического процесса (например, процесса производства продукта или коммерческой деятельности). В этот процесс вовлечено n сотрудников – конечных исполнителей, каждый из которых выполняет определенные задачи, реализует некоторый этап процесса.

¹ Также требуются некоторые довольно слабые технические предположения относительно поведения функции затрат (см. [4]).

В процессе работы у исполнителей могут возникать проблемы, решение которых необходимо для успешной реализации порученных им задач. Эти проблемы могут быть обусловлены необходимостью координации работы исполнителей, отсутствием нужной информации, отработкой нестандартных ситуаций (например, брака производства) и многими другими причинами.

Исполнители не могут самостоятельно решить данные проблемы в силу своей узкой специализации, ограниченности квалификации и отсутствия времени. Поэтому возникает потребность делегирования решения проблем специально обученным сотрудникам – менеджерам.

Из-за большого количества проблем, возникающих в процессе работы исполнителей, один менеджер может не справляться с их решением, и эту задачу необходимо разбивать на подзадачи, поручая отдельным менеджерам управление отдельными участками технологического процесса – различными группами исполнителей. Однако если ответственность менеджера ограничена решением проблем лишь одной группы исполнителей, он не может решать проблемы, в которые помимо исполнителей его группы вовлечены и другие сотрудники.

В связи с этим необходимо координировать работу менеджеров, для чего формируется новый, более высокий уровень системы управления. Этот процесс продолжается до тех пор, пока на последнем уровне иерархии не останется единственный менеджер, которому будут подчинены все сотрудники организации, и который поэтому сможет решать любую проблему.

Содержание каждого менеджера требует затрат (зарплата, организация рабочего места и т.п.), зависящих от объема выполняемой им работы. Объем работы, в свою очередь, определяется количеством принимаемых менеджером решений, направленных на решение проблем, стоящих перед его группой.

Предположим, что если менеджеру в единицу времени приходится принимать P решений, то затраты на его содержание равны P^β , где $\beta > 1$ – константа, описывающая скорость роста затрат. Параметр β описывает эффективность работы менеджеров – более квалифицированные менеджеры при одинаковом

числе проблем несут меньшие затраты, а при одинаковых затратах решают больше проблем.

Пусть каждый исполнитель $w \in N$ характеризуется своей мерой $\mu(w)$, описывающей количество проблем, возникающих на его участке в единицу времени. Тогда число проблем, которые возникают у группы исполнителей, равно сумме мер входящих в нее исполнителей, то есть мере группы.

Менеджер принимает решения на основе отчетов, предоставляемых его непосредственными подчиненными. Будем считать, что объем отчета, который готовит подчиненный для своего начальника, равен μ^α , где μ – мера управляемой этим подчиненным группы исполнителей. Кроме того, предположим, что количество принимаемых начальником решений пропорционально суммарному объему получаемых им отчетов.

Параметр α , принимающий значения на отрезке $[0, 1]$, интерпретируется как коэффициент сжатия информации о проблемах в отчете. Этот коэффициент определяется типичностью проблем, возникающих у исполнителей – если у многих исполнителей возникает одинаковые проблемы, то объем отчета об этих проблемах слабо зависит от количества исполнителей, и значение α существенно меньше единицы. Иначе говоря, параметр α описывает степень единообразия технологического процесса. С другой стороны, этот параметр может описывать «проблемность» технологического процесса – если $\alpha = 0$, то объем отчета о работе группы исполнителей минимален, что соответствует отчету «Все в порядке».

Итак, если k непосредственных подчиненных менеджера управляют группами мер μ_1, \dots, μ_k , то суммарный объем подготовленного ими отчета равен $\mu_1^\alpha + \dots + \mu_k^\alpha$, и затраты менеджера с точностью до константы равны $c(\mu_1, \dots, \mu_k) = (\mu_1^\alpha + \dots + \mu_k^\alpha)^\beta$.

Построение оптимальной организационной структуры сводится к поиску иерархии с минимальными суммарными затратами менеджеров. Помимо собственно получения оптимальной иерархии интерес представляет и анализ зависимости ее основных характеристик – нормы управляемости менеджеров и затрат

иерархии – от параметров модели (степени единообразия технологического процесса α и квалификации менеджеров β).

Результаты этого анализа позволяют выбирать наиболее эффективные организационные мероприятия по снижению управленческих расходов и предусматривать меры по адаптации организационной структуры к изменению внешних условий.

Для решения задачи найдем параметры наилучшего однородного дерева – его норму управляемости и пропорцию. Пусть степень однородности функции затрат $\alpha\beta \neq 1$. При фиксированной норме управляемости k наилучшая пропорция (y_1, \dots, y_k) минимизирует выражение $(y_1^\alpha + \dots + y_k^\alpha)^\beta / |1 - \sum_{i=1}^k y_i^{\alpha\beta}|$.

Можно доказать [3, 4], что если $\beta < 6.7$, то оптимальна симметричная пропорция $(1/k, \dots, 1/k)$, в которой все компоненты равны между собой.

Это значит, что выгодно делить группу каждого менеджера на равные части. Тогда для нахождения нормы управляемости наилучшего однородного дерева достаточно найти минимум по всем целым k выражения $k^{\beta(1-\alpha)} / |1 - k^{1-\alpha\beta}|$.

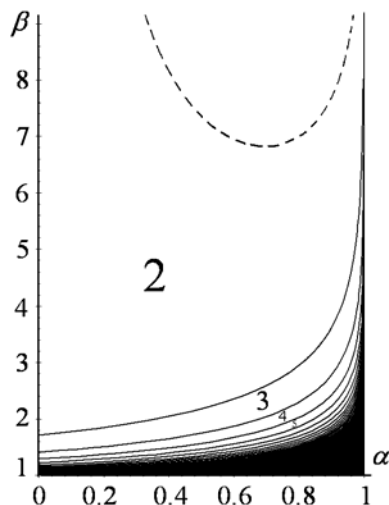


Рис. 2. Пример оптимальных норм управляемости

Результаты численного расчета наилучшей нормы управляемости приведены на рис. 2. Видно, что для больших значений параметра β оптимальны 2-деревья (область их оптимальности отмечена на рисунке числом «2»). С уменьшением β , а также со стремлением α к единице, последовательно становятся оптимальными 3-деревья, 4-деревья и т.д. (эти области подписаны на рисунке числами «3», «4», ...).

Теперь для любой комбинации параметров α и β из рис. 2 можно определить оптимальную норму управляемости. Подставив ее в выражение (1), получаем нижнюю оценку затрат оптимального дерева. Поскольку оптимальна симметричная пропорция, нижняя оценка имеет хорошее качество и ее можно использовать как приближенную формулу затрат оптимальной иерархии, а также для построения субоптимальных иерархий.

Проанализируем зависимость нормы управляемости оптимального дерева и его затрат от параметров модели – квалификации менеджеров β и степени единообразия технологии α .

Из рис. 2 видно, что с ростом квалификации (уменьшением параметра β) оптимальная норма управляемости растет, то есть более квалифицированным менеджерам назначается большее количество непосредственных подчиненных. Это вполне понятно и с содержательной точки зрения – более квалифицированные менеджеры выполняют больший объем работы.

Более неожиданно то, что оптимальная норма управляемости увеличивается с ростом степени атипичности проблем (параметра α). Действительно, если считать, что меры всех исполнителей больше единицы, то легко проверить, что с ростом α объем работы менеджера, определяемый выражением $\mu^\alpha r^{1-\alpha}$, увеличивается, а, следовательно, возрастают и его затраты. Увеличение нормы управляемости r еще сильнее увеличивает объем выполняемой менеджером работы.

Однако с ростом нормы управляемости количество менеджеров убывает. Оказывается, что уменьшение числа менеджеров – это самый «дешевый» способ противодействия росту степени атипичности проблем, поскольку при усложнении иерархии в

решении большого количества проблем участвуют все больше и больше менеджеров, что увеличивает суммарные затраты.

Также легко проверить, что, с ростом α (степени атипичности проблем) как затраты оптимальной иерархии, так и затраты ее топ-менеджера возрастают. Это вполне ожидаемо с точки зрения здравого смысла. Также логично, что затраты оптимальной иерархии монотонно убывают с ростом уровня квалификации менеджеров (с уменьшением параметра β).

Однако зависимость затрат топ-менеджера от параметра β уже не столь очевидна. Можно показать, что затраты топ-менеджера сначала уменьшаются (ведь его квалификация также растет), а затем начинают возрастать. Дело в том, что, как было отмечено выше, с ростом квалификации менеджеров растет и оптимальная норма управляемости, уменьшается количество менеджеров в иерархии, и, следовательно, растут затраты отдельного менеджера. Следовательно, если высшее руководство организации вкладывает средства в повышение квалификации менеджеров иерархии, например в их обучение, то эти действия приводят к уменьшению управленческих расходов иерархии, однако затраты самого высшего руководства при этом могут и возрасти, если, конечно, иерархия параллельно изменяется с тем, чтобы наилучшим образом использовать новые условия.

Описанную простую модель легко обобщить, включив в нее и другие релевантные параметры, которые могут влиять на затраты менеджера.

4. Выводы и перспективы

Полученные результаты позволяют говорить о задаче поиска оптимальной древовидной иерархии при однородных функциях затрат менеджеров как о практически решенной. Однородные функции очень удобны, поскольку они дают возможность получить аналитическое решение задачи. Кроме того, их применимость подтверждается экспериментальными исследованиями.

Однако для нахождения оптимальной нормы управляемости недостаточно знать степень однородности функции затрат –

необходимо также иметь представление о том, как затраты менеджера зависят от количества его непосредственных подчиненных, размеров управляемых им групп исполнителей и т.д. Эту зависимость можно вводить из теоретических соображений, как это было сделано в рассмотренном выше примере, однако для прикладного использования предлагаемой теории необходимо проведение развернутого экспериментального исследования затрат на содержание менеджеров в разных странах и в разных отраслях промышленности. Это исследование и является в настоящее время главной перспективой дальнейшей работы.

В то же время понятно, что однородные функции затрат позволяют описывать далеко не все возникающие на практике задачи, и, даже оставаясь в рамках парадигмы секционных функций затрат менеджера, можно рассматривать и другие модели. Интересными, например, представляются описанные в [2, 4, 5] модели надстройки иерархии управления над графом технологических взаимодействий исполнителей. Учитывая, что многие авторы (см., например, [6]) ключевым фактором, влияющим на вид организационной структуры, называют особенности технологии функционирования организации, дальнейшее развитие этой модели является одной из наиболее перспективных задач. Граф взаимодействий исполнителей позволяет детально описать все технологические процессы организации, и, поскольку функция затрат менеджера считается зависящей от технологических потоков, эта модель дает почти неограниченные возможности для описания влияния специфики технологии функционирования на затраты (а, следовательно, и на вид) структуры системы организационного управления.

Анализ существующих моделей формирования организационных иерархий показывает, что некоторые из них не удастся свести к задаче поиска оптимальной иерархии при секционной функции затрат менеджеров. В то же время, в большинстве известных подходов используются критерии оптимальности очень частного вида. Поэтому актуальной остается разработка общих формальных методов описания и оптимизации иерархических структур. В идеале эти методы должны дать теоретиче-

скую основу для решения задач поиска оптимальных иерархий с произвольным критерием качества.

Литература

1. ВОРОНИН А.А., МИШИН С.П. *Оптимальные иерархические структуры*. М.: ИПУ РАН, 2003.
2. ГУБКО М. В., МИШИН С. П. *Оптимальная структура системы управления технологическими связями* // Материалы международной конференции «Современные сложные системы управления». Старый Оскол: СТИ, 2002. с. 50–54.
3. ГУБКО М.В., ДАНИЛЕНКО А.И. *Алгоритм поиска оптимальной древовидной иерархии* // Сборник трудов XLVIII научной конференции МФТИ, М.: МФТИ, 2005.
4. ГУБКО М.В. *Математические модели оптимизации иерархических структур*. – М.: ЛЕНАНД, 2006.
5. МИШИН С.П. *Оптимальные иерархии управления в экономических системах*. М.: ПМСОФТ, 2004.
6. ОВСИЕВИЧ Б.И. *Модели формирования организационных структур*. Л.: Наука. 1979.
7. ROBERTS D.R. *A General Theory of Executives Compensation Based on Statistically Tested Propositions* // The Quarterly Journal of Economics, Vol. 70, No. 2 (1956). pp 270-294
8. ZHOU X. *CEO Pay, Firm Size, and Corporate Performance: Evidence from Canada* // The Canadian Journal of Economics, Vol. 33, No. 1. (2000), pp. 213-251.