

# МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ МАТЕРИАЛЬНОГО СТИМУЛИРОВАНИЯ РАБОЧИХ АВТОМОБИЛЕСТРОИТЕЛЬНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

**Выборнова Л.А.**

*(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)*

[vibornova\\_lyubov@mail.ru](mailto:vibornova_lyubov@mail.ru)

*Решена многопараметрическая задача материального стимулирования производственных рабочих автомобилестроительного предприятия. Для этого проведен анализ и формализация действующей многопараметрической системы материального стимулирования рабочих пресового производства автомобилестроительного предприятия, разработан комплекс взаимосвязанных экономико-математических моделей принятия решений руководством и рабочими предприятия, предложена методика идентификации многопараметрической функции затрат рабочих. Разработана модель многопараметрической задачи материального стимулирования, позволяющая рассматривать воздействия материального стимулирования на выполнение рабочим нормативов по объему производства, доле дефектной продукции и культуре производства. С помощью разработанных алгоритма численного метода и программного модуля решена многопараметрическая задача материального стимулирования производственных рабочих автомобилестроительного предприятия. Определены параметры системы стимулирования, позволяющие согласовать экономические интересы руководства и производственных рабочих предприятия.*

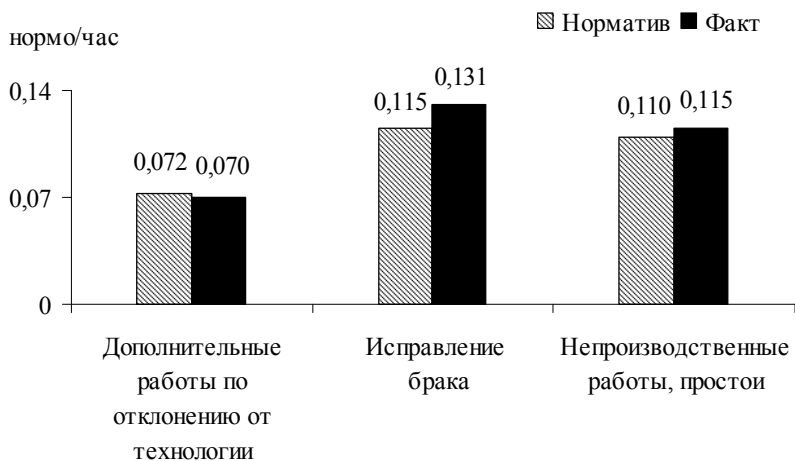
Ключевые слова: многопараметрическая система материального стимулирования, идентификация функции затрат рабочих, численное решение многопараметрической задачи материального стимулирования.

## ***Введение***

В работе рассмотрена реальная многопараметрическая система материального стимулирования рабочих на примере пресового производства автомобилестроительного предприятия ОАО «АВТОВАЗ». Выявлены недостатки и противоречия действующей системы стимулирования, препятствующие достижению и согласованию целей руководства и рабочих. Руководство пресового производства заинтересовано в выполнении рабочими производственных нормативов. Рабочие, в свою очередь, заинтересованы в получении заработной платы, соответствующей их трудовым усилиям. Согласование интересов достигается путем определения параметров системы стимулирования. В связи с этим для повышения эффективности функционирующей на предприятии системы стимулирования необходимо определить параметры стимулирования, согласующие интересы руководства и рабочих.

### ***1. Критический анализ действующей системы материального стимулирования рабочих пресового производства ОАО «АВТОВАЗ»***

Сравнительный анализ производственной деятельности пресового производства ОАО «АВТОВАЗ» за первый квартал 2004 и 2005 года показал положительную динамику основных технико-экономических показателей. Однако наряду с этим обнаружены негативные тенденции: превышение нормативных показателей по выпуску дефектной продукции на 13,9%, по выполнению непроизводственных работ в связи с простоями на 4,5% [2, 3]. Превышение этих нормативов ведет к дополнительным расходам, связанным с затратами на выпуск бракованной продукции, затратами времени на исправление дефектов, оплатой непредусмотренных непроизводственных работ и простоев. Соотношение фактических и нормативных производственных потерь представлено на рис. 1.



*Рис. 1. Нормативные и фактические производственные потери на 1 нормо-час по производству за 1 квартал 2005 года*

Из этого можно сделать вывод о недостаточной заинтересованности трудового коллектива в выполнении норматива по технологическим потерям и в выпуске качественной продукции.

В этой связи проведен анализ формирования фонда оплаты труда и схемы начисления заработной платы производственным рабочим автомобилестроительного предприятия ОАО «АВТО-ВАЗ». Выявлено, что на предприятии действует многопараметрическая система материального стимулирования труда рабочих. При невыполнении поставленных перед рабочими нормативов по объему производства и доле дефектной продукции, при нарушении установленных правил по культуре производства размер заработной платы уменьшается [6]. Наряду со штрафами, существуют стимулирующие доплаты за перевыполнение нормированного задания, выполнение плановой продуктивности и снижения затрат на доработку продукции с несоответствиями. Действующая на предприятии система материального стимулирования включает большое количество стимулирующих параметров, установленных эмпирически в разное время, многие из которых дублируют друг друга. Необходимо отметить низкую долю стимулирующих доплат по отношению к постоянной час-

ти, что является одной из причин невыполнения нормативов по доле дефектной продукции и культуре производства.

## **2. Формализация действующей многопараметрической системы материального стимулирования рабочих прессового производства ОАО «АВТОВАЗ»**

Норматив заработной платы на 1 нормо-час для основных рабочих прессового производства рассчитывается по формуле:

$$(1) \quad H = T + d_q + d_d + d_k + d_p,$$

где  $H$  – норматив заработной платы на один нормо-час, руб.;  $T$  – оплата по тарифу в совокупности с доплатами за напряженность норм труда и условия труда, руб.;  $d_q$  – размер дополнительной оплаты за выполнение нормированного задания по объему производства продукции, руб.;  $d_d$  – размер дополнительной оплаты (премии) за выполнение норматива по доле дефектной продукции, руб.;  $d_k$  – размер дополнительной оплаты (премии) за выполнение культуры производства, руб.;  $d_p$  – надбавка за профессиональное мастерство, руб.

Согласно действующим на предприятии положениям, начисление всех предусмотренных доплат осуществляется при уровне выполнения нормированного (производственного) задания от 80% до 100% в процентах к тарифной ставке за фактически отработанное время в сумме с доплатами за напряженность норм труда и за условия труда [6].

Доплата за выполнение нормированного задания по объему производства продукции рассчитывается по формуле:

$$(2) \quad d_q = T \left( \frac{q_y}{q_x} - 0,8 \right) \frac{\alpha_q}{0,2} = T \alpha_q (1 - (1 - \delta_q) \beta_q),$$

где  $\alpha_q$  – размер доплат за выполнение нормированного задания по объему производства продукции (процент к тарифной ставке);  $q_y$  – фактически выполненный объем продукции, нормо-часы;  $q_x$  – плановый объем продукции, нормо-часы;  $\delta_q$  – уровень выполнения нормированного задания по производству продукции бригадой;  $\beta_q$  – процент снижения доплаты  $\alpha_q$  за каждый

процент невыполнения нормированного задания по объему производства продукции.

За каждый процент превышения доли дефектной продукции, выявленной у потребителя, относительно установленного норматива, а также за каждый процент превышения норматива дефектных заготовок и металла с отклонениями размер премии снижается на 5%. [6] Таким образом, начисление дополнительной оплаты за выполнение норматива по доле дефектной продукции производится по формуле:

$$(3) \quad d_d = T\alpha_d \left( 1 - \left( \frac{d_y}{d_x} - 1 \right) \beta_d \right) = T\alpha_d \left( 1 - \left( \frac{1}{\delta_d} - 1 \right) \beta_d \right),$$

где  $\alpha_d$  – размер доплат за выполнение норматива по доле дефектной продукции (процент к тарифной ставке);  $d_x$  – норматив количества дефектной продукции, тыс. штук;  $d_y$  – фактическое количество дефектной продукции, тыс. штук;  $\delta_d$  – соотношение норматива количества дефектной продукции к фактическому количеству дефектной продукции (чем больше  $\delta_d$ , тем меньше дефектов);  $\beta_d$  – процент снижения доплаты  $\alpha_d$  за каждый процент превышения доли дефектной продукции, выявленной у потребителя, относительно установленного норматива.

Оценка культуры производства проводится по пятибалльной системе. При невыполнении норматива культуры производства бригаде, участку за каждый 1% невыполнения размер премии снижается на 1,5% [6]. Таким образом, начисление дополнительной оплаты за выполнение норматива культуры производства по формуле:

$$(4) \quad d_k = T\alpha_k \left( 1 - \left( 1 - \frac{k_y}{k_x} \right) \beta_k \right) = T\alpha_k (1 - (1 - \delta_k) \beta_k),$$

где  $\alpha_k$  – размер доплат за выполнение культуры производства (процент к тарифной ставке);  $k_x$  – максимальная балльная оценка за культуру производства;  $k_y$  – фактическая балльная оценка за культуру производства;  $\delta_k$  – показатель выполнения норматива по культуре производства;  $\beta_k$  – процент снижения доплаты  $\alpha_k$  за каждый процент невыполнения норматива по культуре производства.

Надбавка за профессиональное мастерство устанавливается по результатам бальной оценки за предшествующий год и начисляется в процентах к тарифной ставке за фактически отработанное время в сумме с доплатой за работу по напряженным нормам и доплатой за условия труда по формуле:

$$(5) \quad d_p = T \alpha_p,$$

где  $d_p$  – надбавка за профессиональное мастерство, руб.;  $\alpha_p$  – размер доплат за профессиональное мастерство (процент к тарифной ставке).

Доплата за профессиональное мастерство является постоянной в течение года при выполнении нормированных заданий либо не начисляется вообще при грубых нарушениях производственной и технологической дисциплины и невыполнении нормированных заданий.

Согласно положениям по оплате труда производственных рабочих прессового производства ОАО «АВТОВАЗ», при уровне выполнения нормированного задания ниже 80% доплаты (3)-(5) не начисляются, при этом оплата по тарифу этим рабочим производится из расчета тарифной ставки, уменьшенной на 1% за каждый процент невыполнения до 80% [6].

В случае превышения процента выполнения нормативов по объему производства продукции и доле дефектной продукции больше 1,3 нормативы пересматриваются. Оценка культуры производства не может быть меньше двух баллов и больше пяти баллов. Таким образом, показатели выполнения нормативов агентами принадлежат области допустимых значений  $\Omega$ :  $0 \leq \delta_{qi} \leq 1,3$ ,  $0 < \delta_{di} \leq 1,3$ ,  $0,4 \leq \delta_{ki} \leq 1$ .

С учетом доплат (2)-(5) функция стимулирования  $i$ -го рабочего примет вид:

$$(6) \quad \sigma_i(\delta_i, \alpha_i, \beta_i) = \begin{cases} \left( T_i - \frac{T_i}{5} (4 - 5\delta_{qi}) \beta_{Ti} \right) t_i, & \text{если } \delta_{qi} < 0,8; \\ (T_i + d_{qi} + d_{di} + d_{ki} + d_{pi}) t_i, & \text{если } \begin{cases} 0,8 \leq \delta_{qi} \leq 1; \\ \delta_{di} \geq \frac{\beta_{di}}{\beta_{di} + 1}; \\ \delta_{ki} \geq 0,6; \end{cases} \\ (T_i + d_{qi}) t_i, & \text{если } \begin{cases} 0,8 \leq \delta_{qi} \leq 1; \\ \delta_{di} < \frac{\beta_{di}}{\beta_{di} + 1}; \\ \delta_{ki} < 0,6; \end{cases} \\ (T_i + T\alpha_{qi} + T_i\alpha_{di}\delta_{di} + d_{ki} + d_{pi}) t_i, & \text{если } \begin{cases} \delta_{qi} \geq 1; \\ \delta_{di} \geq 1; \\ \delta_{ki} \geq 0,6; \end{cases} \end{cases} \quad i = 1, N,$$

где  $t_i$  — фактически отработанное время  $i$ -им рабочим;  $\beta_{Ti}$  — процент снижения тарифа  $i$ -го рабочего за каждый процент невыполнения нормированного задания до 80%.

### **3. Постановка многопараметрической задачи материального стимулирования рабочих пресового производства ОАО «АВТОВАЗ»**

С применением методологии теории активных систем записаны целевые функции рабочих и руководства пресового производства [1].

В качестве целевой функции  $i$ -го рабочего принимается максимум разности функции стимулирования и функции затрат:

$$(7) \quad f_i(\delta_i, \alpha_i, \beta_i) = \sigma_i(\delta_i, \alpha_i, \beta_i) - c_i(\delta_i) \rightarrow \max, \quad i = 1, N,$$

где  $\sigma_i(\delta_i, \alpha_i, \beta_i)$  – материальное вознаграждение  $i$ -го рабочего, руб.;  $c_i(\delta_i)$  – затраты  $i$ -го рабочего, руб.;  $\delta_i = (\delta_1, \delta_2 \dots \delta_s \dots \delta_n)$ ,  $s = 1, n$  – вектор выполнения производственных нормативов, %,  $n$  – количество производственных нормативов;  $\alpha_i = (\alpha_1, \alpha_2 \dots \alpha_l \dots \alpha_m)$ ,  $l = 1, m$  и  $\beta_i = (\beta_1, \beta_2 \dots \beta_k \dots \beta_K)$ ,  $k = 1, K$  – векторы параметров системы стимулирования,  $m$  – количество параметров системы стимулирования  $\alpha$ ;  $K$  – количество параметров системы стимулирования  $\beta$ ;  $N$  – количество рабочих пресового производства.

### 3.1. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ФУНКЦИИ ЗАТРАТ РАБОЧИХ

Функция затрат рабочего зависит от показателей выполнения производственных нормативов и складываются из усилий, идущих на их выполнение. Но усилия по выполнению нормативов разные и напрямую их складывать нельзя. В результате проведенного опроса было выявлено, что усилия рабочих по выполнению нормативов распределяются следующим образом: 60% от затрачиваемых усилий тратится на выполнение норматива по объёму выпуска продукции, 30% – на норматив по качеству продукции, 10% – на норматив по культуре производства.

Введен обобщённый показатель выполнения производственного задания с учётом усилий, затрачиваемых рабочими на выполнение каждого норматива:

$$(8) \quad \delta_i = \lambda_{qi} \delta_{qi} + \lambda_{di} \delta_{di} + \lambda_{ki} \delta_{ki} = 0,6\delta_{qi} + 0,3\delta_{di} + 0,1\delta_{ki};$$

$$\lambda_{qi} + \lambda_{di} + \lambda_{ki} = 1,$$

где  $\delta_i$  – обобщённый показатель выполнения производственных нормативов;  $\lambda_{qi}$  – доля усилий по выполнению норматива по объёму производства;  $\lambda_{di}$  – доля усилий по выполнению норматива по качеству продукции;  $\lambda_{ki}$  – доля усилий по выполнению норматива по культуре производства. Весовые коэффициенты  $\lambda_{qi}$ ,  $\lambda_{di}$ ,  $\lambda_{ki}$  позволяют учесть разные усилия рабочих на выполнение нормативов.

Введена функция усилий  $\lambda_i(\delta_i) = v(\delta_i)$ , показывающая зависимость затрачиваемых рабочим усилий от выполнения



обобщенного показателя  $\delta_i$ . Проведена идентификация многопараметрической функции затрат рабочих при выполнении производственных нормативов. Затраты рабочего определены как стоимостное выражение усилий, идущих на выполнение предусмотренных нормативов, за отработанное рабочим время:

$$(9) \quad c_i(\delta_i) = \gamma_i t_i \lambda_i(\delta_i),$$

где  $\gamma_i$  – коэффициент, переводящий усилия по выполнению обобщенного показателя в стоимостное выражение, руб./час.;  $\lambda_i(\delta_i)$  – процент усилий, затрачиваемых рабочим на выполнение всех нормативов.

Методом опроса основных рабочих прессового производства выявлено, какую часть нормированного задания выполняет рабочий при постоянном 100% выполнении нормативов по качеству продукции и культуре производства, если он затрачивает треть (33%), половину (50%) и 100% своих усилий, т.е. трудится на пределе своих возможностей. В результате была получена зависимость функции усилий  $\lambda_i$  от обобщенного показателя выполнения производственного задания  $\delta_i$ :

$$(10) \quad \lambda_i(\delta_i) = 0,6313\delta_i^2 + 0,1005\delta_i + 0,0006.$$

Параметр функции затрат, переводящий усилия работника в стоимостное выражение, затрат зависит от оценки стоимости своего труда рабочим. Он будет определяться средним уровнем оплаты труда и уровнем жизни в регионе, сложностью работы, уровнем квалификации и мастерством, необходимым для выполнения работы. Таким образом, параметр функции затрат будет индивидуальным для рабочих разных специальностей в различных регионах. Так, среднемесячная зарплата штамповщиков и операторов автоматических линий составляет около 8000 рублей. Выявлено, что при зарплате в 5200 руб. рабочие откажутся работать, будут искать другую, более высоко оплачиваемую работу. То есть, при  $\sigma_i = 5200$  руб., целевая функция  $i$ -го рабочего равна нулю. Путем подстановки этих значения в выражение (7) получен параметр функции затрат, переводящий усилия работника в стоимостное выражение  $\gamma_i = 54,96$  руб.

### 3.2. ОПИСАНИЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ РАБОЧИХ ПРЕССОВОГО ПРОИЗВОДСТВА

На рис. 2 рассмотрена целевая функция рабочих прессового производства при существующих параметрах системы стимулирования.

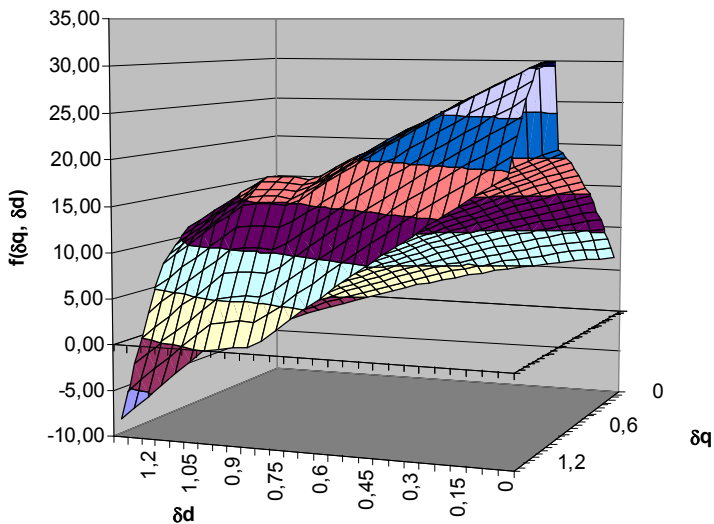


Рис. 2. – Целевая функция рабочих при действующих параметрах системы стимулирования  $\alpha$  и  $\beta$

В условиях действующей системы материального стимулирования выполнение нормированного задания является приоритетной задачей для рабочих, заинтересованных в оптимальном материальном вознаграждении, качество и культура производства остаются на второстепенных позициях.

В целях совершенствования системы стимулирования предлагается осуществлять начисление каждой из предусмотренных доплат только в случае комплексного выполнения всех производственных нормативов, а также предусмотреть снижение тарифа на 5% за каждый процент невыполнения производственных нормативов по объему производства до 80%, по доле

дефектной продукции до  $\frac{\beta_{di}}{\beta_{di} + 1}$  %, по культуре производства до

60%. Таким образом, удастся повысить важность выполнения этих показателей рабочими и достигнуть большей заинтересованности в качественном труде. Максимальное вознаграждение за свой труд, в этом случае, рабочий может получить в области действия всех надбавок  $\Theta$ :

$$(11) \quad 0,8 \leq \delta_{qi} \leq 1, \quad \frac{\beta_{di}}{\beta_{di} + 1} \leq \delta_{di} \leq 1,3, \quad 0,6 \leq \delta_{ki} \leq 1, \quad \Theta \in \Omega.$$

С учетом предлагаемых совершенствований действующей системы стимулирования целевая функция рабочих пресового производства примет вид, приведенный на рис. 3.

Решением оптимизационной задачи (7) является вектор  $\delta_i^*$  – реакция рабочего на выбранные руководством пресового производства векторы параметров системы стимулирования:

$$(12) \quad \delta_i^* = \arg \max_{\delta_i^* \in \Theta} \{f_i(\alpha_i, \delta_i, \beta_i)\}.$$

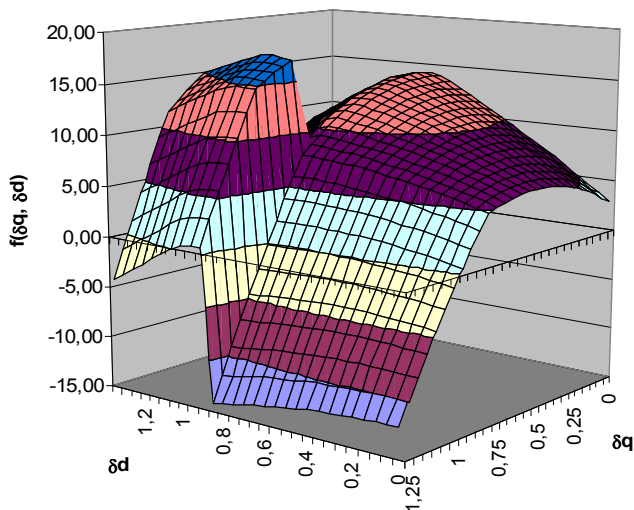


Рис. 3. Целевая функция рабочих при действующих параметрах  $\alpha$  и  $\beta$  усовершенствованной системы стимулирования

### 3.3. ОПИСАНИЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ РУКОВОДСТВА ПРЕССОВОГО ПРОИЗВОДСТВА

Руководство прессового производства заинтересовано в выполнении плановых показателей рабочими, поэтому в качестве его целевой функции примем минимум суммы квадратов разности плановых и фактических процентов выполнения нормативов:

$$(13) F(\delta_i^*) = a_{qi} (\delta_{qi}^* - \delta_{qi}^{nl})^2 + a_{di} (\delta_{di}^* - \delta_{di}^{nl})^2 + a_{ki} (\delta_{ki}^* - \delta_{ki}^{nl})^2 \rightarrow \min,$$

где  $a_{qi}$ ,  $a_{di}$ ,  $a_{ki}$  – весовые коэффициенты нормативов по объему производства, доле дефектной продукции и культуре производства. На параметры системы стимулирования наложены следующие ограничения:

$$(14) \begin{aligned} 0 < \alpha_{il} &\leq 1, \quad l = 1, m; \\ 0 < \beta_{ik} &\leq 1, \quad k = 1, K. \end{aligned}$$

Графическая интерпретация полученной модели (13) представлена на рис. 4. Представленная модель позволяет учитывать выполнение как количественных, так и качественных показателей.

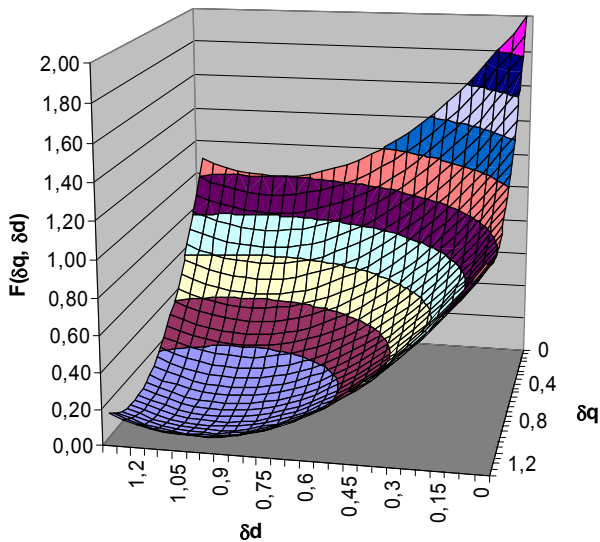


Рис. 4. Зависимость целевой функции руководства от выполнения плановых производственных нормативов

Из рис. 4 видно, что целевая функция руководства прессового производства принимает минимальное значение при выполнении рабочими производственных нормативов на 100%. Однако, при действующих параметрах системы стимулирования рабочие не заинтересованы выполнять производственные нормативы на 100% (рис. 3). Таким образом, выявлена проблема несогласованности интересов субъектов действующей системы материального стимулирования. Для ее решения необходимо определить параметры системы стимулирования, согласующие интересы сторон трудовых отношений.

Математическая постановка многопараметрической задачи стимулирования примет следующий вид:

$$(15) \begin{cases} F(\delta_i^*) = a_{qi}(\delta_{qi}^* - \delta_{qi}^{nl})^2 + a_{di}(\delta_{di}^* - \delta_{di}^{nl})^2 + a_{ki}(\delta_{ki}^* - \delta_{ki}^{nl})^2 \rightarrow \min, \\ i = 1, n; \\ \delta_i^*(\alpha_i, \beta_i) = \operatorname{argmax}_{\delta_i \in \Theta} \{f_i(\alpha_i, \delta_i, \beta_i)\}; \\ \sigma_i(\delta, \alpha, \beta) \geq \sigma_{cp.}; \\ 0 < \alpha_{il} \leq 1, l = 1, m; \\ 0 < \beta_{ik} \leq 1, k = 1, K. \end{cases}$$

где  $\sigma_{cp.}$  – средняя зарплата в регионе.

Представленная математическая модель многопараметрической системы стимулирования позволяет рассматривать воздействия материального стимулирования на выполнение рабочим нормативов по объему производства, доле дефектной продукции и культуре производства. Данная задача является многопараметрической и не решается аналитически, поскольку содержит в себе две взаимосвязанные оптимизационные задачи. Для ее решения разработан численный метод [4, 5].

#### **4. Численное решение многопараметрической задачи материального стимулирования**

Сформулированная задача (15) является задачей условной оптимизации, для решения которой применим метод внутрен-

них штрафных функций, преобразующих задачу с ограничениями в последовательность задач безусловной оптимизации. Для решения задач безусловной оптимизации применяется градиентный метод.

Для преобразования задачи (15) с ограничениями в последовательность задач безусловной оптимизации вводятся вспомогательные функции центра и рабочих. Вспомогательные функции получаются путем суммирования целевых функций и функций-ограничений, таким образом, чтобы ограничения в явном виде в задаче оптимизации не фигурировали.

Вспомогательная функция руководства с учетом ограничений  $\alpha$  примет вид:

$$(16) Z(\alpha, \mu_p) = F(\alpha) + g(\alpha, \mu_p),$$

где  $\mu_p$  – параметр вспомогательной функции центра,  $g(\alpha, \mu_p)$  – внутренняя штрафная функция.

Внутренняя штрафная функция выбирается так, что бы ее значение неограниченно возрастало при приближении к границе области допустимых значений:

$$(17) g(\alpha, \mu_p) = \mu_p \sum_{l=1}^m \ln \varphi_{pl}(\alpha),$$

где  $\varphi_{pl}$  – непрерывная дифференцируемая функция, определяемая ограничениями – неравенствами (14) задачи поиска максимума целевой функции руководства.

Окончательно вспомогательная функция руководства примет вид:

$$(18) Z(\alpha, \mu_p, g_{pl}) = F(\alpha) - \mu_p \sum_{l=1}^m \ln \varphi_{pl}(\alpha).$$

Аналогично вспомогательная функция рабочего запишется:

$$(19) z(\delta, \mu_a, g_{as}) = f(\delta, \alpha) - \mu_a \sum_{s=1}^n \ln \varphi_{as}(\delta),$$

где  $\mu_a$  – параметр вспомогательной функции рабочего,  $\varphi_{as}$  – непрерывная дифференцируемая функция, определяемая ограничениями–неравенствами (11) задачи поиска минимума целевой функции рабочих.

*4.1. АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ  
МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ  
МАТЕРИАЛЬНОГО СТИМУЛИРОВАНИЯ*

1. Задаются начальные приближения для вектора параметров системы стимулирования  $\alpha[0]$  из области допустимых значений (14) и параметр вспомогательной функции руководства  $\mu_p[0]$ .

2. В точке  $\alpha[k]$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , вычисляется значение градиента вспомогательной функции руководства, компоненты которого являются частными производными вспомогательной функции, вычисленными в точке  $\alpha[k]$ :

$$(20) \quad \begin{aligned} \text{grad } Z(\delta^*(k), \mu_p[k], \alpha[k]) = \\ = \left( \frac{\partial Z(\delta^*(k), \mu_p[k], \alpha[k])}{\partial \alpha_1[k]}, \dots, \frac{\partial Z(\delta^*(k), \mu_p[k], \alpha[k])}{\partial \alpha_m[k]} \right). \end{aligned}$$

Вычисление частных производных производится по приближенной формуле:

$$(21) \quad \begin{aligned} \frac{\partial Z(\delta^*(k), \mu_p[k], \alpha[k])}{\partial \alpha_i[k]} \approx \\ \approx \frac{Z(\delta^*(k), \mu_p[k], \alpha_i[k] + h_\alpha) - Z(\delta^*(k), \mu_p[k], \alpha_i[k])}{h_\alpha}, \end{aligned}$$

где  $h_\alpha$  – приращение для параметра  $\alpha_i[k]$  на  $k$ -ой итерации.

Для нахождения частной производной по формуле (21) необходимо найти реакцию рабочего – вектор  $\delta^*(k)$ . Для нахождения вектора  $\delta^*(k)$  на  $k$ -ой итерации также используется градиентный метод, описанный в пункте 3. После определения в пункте 3 реакции рабочего вычисляются частные производные вспомогательной функции руководства по формуле (21) и осуществляется переход к пункту 4.

3. Определение реакции рабочего  $\delta^*(k)$  при заданном векторе параметров стимулирования  $\alpha[k]$ .

3.1. Задаются начальные приближения для вектора реакции рабочего  $\delta[0]$  из области допустимых значений (11) и параметр вспомогательной функции рабочего  $\mu_a[0]$ .

3.2. В точке  $\delta[j]$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$ , вычисляется значение градиента вспомогательной функции рабочего, компоненты которого являются частными производными вспомогательной функции, вычисленными в точке  $\delta[j]$ :

$$(21) \quad \begin{aligned} & \text{grad } z(\delta[j], \mu_a[j], \alpha[k]) = \\ & = \left( \frac{\partial z(\delta[j], \mu_a[j], \alpha[k])}{\partial \delta_1[j]}, \dots, \frac{\partial z(\delta[j], \mu_a[j], \alpha[k])}{\partial \delta_n[j]} \right). \end{aligned}$$

Вычисление частных производных производится по приближенной формуле:

$$(22) \quad \begin{aligned} & \frac{\partial z(\delta[j], \mu_a[j], \alpha[k])}{\partial \delta_s[j]} \approx \\ & \approx \frac{z(\delta_s[j] + h_\delta, \mu_a[j], \alpha[k]) - z(\delta_s[j], \mu_a[j], \alpha[k])}{h_\delta}, \end{aligned}$$

где  $h_\delta$  – приращение для реакции рабочего  $\delta_s[j]$  на  $j$ -ой итерации.

3.3. На каждой  $j$ -ой итерации поиска реакции рабочего вычисляются значения  $\delta_s[j+1]$  при известном векторе параметров системы стимулирования  $\alpha[k]$  в соответствии с градиентным методом:

$$(23) \quad \delta_s[j+1] = \delta_s[j] - a_\delta[j] \frac{\partial z(\delta[j], \mu_a[j], \alpha[k])}{\partial \delta_s[j]},$$

где  $a_\delta[j]$  – величина шага на  $j$ -ой итерации, подбирается так, чтобы вспомогательная функция рабочего уменьшалась.

3.4. Проверяется условие выхода из итерационного процесса

$$(24) \quad \left| \sum_{s=1}^n \delta_s[j+1] - \sum_{s=1}^n \delta_s[j] \right| \leq \varepsilon_\delta,$$

где  $\varepsilon_\delta$  – заданная малая величина для итерационного процесса поиска реакции рабочего  $\delta^*(k)$ .



Если условие выполняется, то итерационный процесс прекращается. В противном случае происходит уменьшение параметра  $\mu_a[j]$  в два раза  $\mu_a[j+1] = \mu_a[j]/2$ . Осуществляется переход к подпункту 3.2, полученная точка  $\delta[j+1]$  используется в качестве начальной на следующей итерации. В случае останова итерационного процесса и успешного определения реакции рабочего  $\delta^*[k]$  осуществляется возврат к пункту 2, в котором вычисляются частные производные вспомогательной функции руководства.

4. На каждой  $k$ -ой итерации поиска параметров системы стимулирования вычисляется новое значение вектора параметров  $\alpha[k]$  в соответствии с градиентным методом:

$$(25) \alpha_l[k+1] = \alpha_l[k] - a_\alpha[k] \frac{\partial Z(\delta^*[k], \mu_p[k], \alpha[k])}{\partial \alpha_l[k]},$$

где  $a_\alpha[k]$  - величина шага на  $k$  итерации, подбирается так, чтобы вспомогательная функция руководства уменьшалась.

5. Проверяется условие выхода из итерационного процесса поиска параметра системы стимулирования:

$$(26) \left| \sum_{l=1}^m \alpha_l[k+1] - \sum_{l=1}^m \alpha_l[k] \right| \leq \varepsilon_\alpha,$$

где  $\varepsilon_\alpha$  - заданная малая величина для итерационного процесса поиска вектора параметров  $\alpha$ .

Если условие выполняется, то итерационный процесс прекращается. В противном случае происходит уменьшение параметра  $\mu_p$  в два раза  $\mu_p[k+1] = \mu_p[k]/2$ . Осуществляется переход к пункту 2, полученная точка  $\alpha[k+1]$  используется в качестве начальной на следующей итерации.

#### 4.2. РЕШЕНИЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ СТИМУЛИРОВАНИЯ

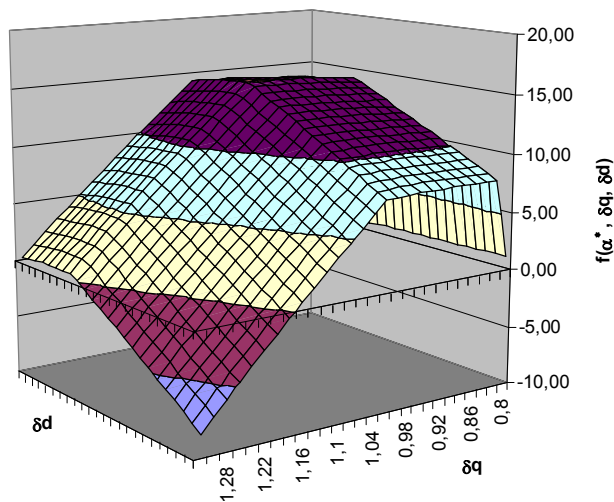
На основе предложенного алгоритма разработан программный модуль в среде программирования Borland Delphi. С помо-

щью разработанной программы определены оптимальные параметры системы стимулирования  $\alpha$  и  $\beta$ . Результаты решения приведены в таблице 1. Первый вариант решения соответствует поиску оптимальных параметров системы стимулирования  $\alpha$ , второй вариант –  $\beta$ .

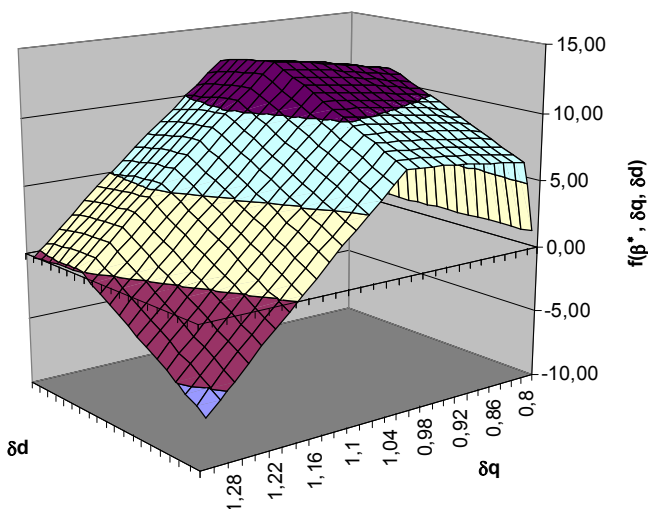
*Таблица 1. Значения целевых функций рабочих и руководства при оптимальных параметрах системы материального стимулирования  $\alpha$  и  $\beta$*

Вариант		I	II
Параметры многопараметрической системы материального стимулирования, %	$\alpha_\theta$	25	16
	$\alpha_\delta$	13	10
	$\alpha_\kappa$	14	10
	$\beta_\theta$	5	8
	$\beta_\delta$	5	6,5
	$\beta_\kappa$	1,5	2,5
Реакция рабочих на заданные параметры системы стимулирования, %	$\delta_\theta^*$	100	100
	$\delta_\delta^*$	100	100
	$\delta_\kappa^*$	100	100
Значения целевых функций рабочих и руководства при заданных параметрах системы стимулирования	$\sigma$ , руб.	55,4	53,34
	$c$ , руб.	40,22	40,22
	$f$ , руб.	15,08	13,12
	$F$	0	0

Графическая модель многопараметрической системы материального стимулирования при оптимальных значениях параметров системы представлены на рис. 5 и 6. Найденные параметры системы материального стимулирования согласуют интересы рабочих и руководства, обеспечивая рабочим оптимальную заработную плату при выполнении производственных нормативов на 100%.



*Рис. 5. Графическая модель многопараметрической системы материального стимулирования при оптимальных параметрах системы стимулирования  $\alpha$*



*Рис. 6. Графическая модель многопараметрической системы материального стимулирования при оптимальных параметрах системы стимулирования  $\beta$*

## **Литература**

1. НОВИКОВ Д.А. *Стимулирование в организационных системах*. – М.: СИНТЕГ, 2003. – 312 с.
2. *Отчет о выполнении технико-экономических показателей за сентябрь 2004 года* / ОАО «АВТОВАЗ». Прессовое производство. Тольятти, 2004. – 29 с.
3. *Отчет о выполнении технико-экономических показателей за март 2005 года* / ОАО «АВТОВАЗ». Прессовое производство. Тольятти, 2005. – 29 с.
4. ПАВЛОВ О.В. *Численный метод решения задачи стимулирования* // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета № 1(7) 2005 г. С. 104-111.
5. ПАВЛОВ О.В., ВЫБОРНОВА Л.А. *Моделирование многопараметрической системы стимулирования рабочих пресового производства ОАО «АВТОВАЗ»* // Управление большими системами. Сборник трудов. Выпуск 12-13. – М: ИПУ РАН, 2006. – С. 118-126.
6. *Сборник положений по оплате труда работников Волжского автомобильного завода*. – Тольятти, 2000. – 128 с.