Управление динамическими активными системами при нечеткой информации о положении цели и состоянии природы

Базуткин В.В.

(Институт проблем управления РАН; Москва)

1. Введение

В настоящее время, когда рыночные отношения стали частью нашей жизни, внимание исследователей направлено на поиск новых путей решения сложных экономических задач. Неотъемлемой частью данной проблематики является изучение и разработка механизмов управления в активных системах (АС). Ниже исследуются возможности использования качественных суждений для обеспечения оценки начальных возможных состояний и выбора управления в динамических АС. Решение детерминированных задач при условии полной информированности [3] позволило перейти к развитию исследований недетерменированных процессов в АС, описываемых интервальной [2], вероятностной [1] и нечеткой [6] неопределенностями.

Предложенный в данной статье метод расширяет возможности использования техники анализа нечеткой неопределенности и дает реальный способ использования математически формализованного принятия решений в динамических АС.

2. Описание модели

Рассмотрим задачу нахождения области начальных данных, максимально принадлежащих решению задачи синтеза оптимального управления динамической АС в условиях нечеткой информации на выполняемые действия и на конечное состояние системы.

Введем следующие предположения и обозначения.

1.1. $0,1,2,\dots,i,\dots,N$ — моменты времени.

1.2. Управляющий орган (центр) руководит выполнением действий активного элемента (АЭ).

1.3. Центр выбирает в момент времени i управление u_l^i, $l \in \{1,2,...,R\}$.

1.4. АЭ выбирает в момент времени i действие y_k^i, $k \in \{1,2,...,M\}$.

1.5. Центр получает к моменту времени i доход x_i

1.6. Доход центра x_i выражается через доход x_{i-1}, действия y_k^{i-1} и управление u_l^{i-1}, следующим образом:

$$x_i = f(x_{i-1}, y_k^{i-1}, u_l^{i-1}).$$

Как частный случай возможного представления функции дохода через действие и управления можно рассматривать функцию:

$$x_i = \sum_{s=0}^{i-1} [F_s(y^s) - \chi_s(u^s)],$$

где $F_s(y^s)$ - функция дохода центра в момент времени s, $\chi_s(u^s)$ - функция затрат на управление АЭ для побуждению его к выбору y^s при управлении u^s

1.7. Информация о предпочтениях АЭ на множестве возможных действий отражается функцией принадлежности $\mu(y_k^i, u_l^i)$ [3,4].

Качественно это означает, что выбор и исполнение АЭ действия y_k^i происходит в соответствии с возможностями стимулирования центром выбора АЭ действия с помощью управления u_l^i.

1.8. $\mu(x_N)$— известная заранее функция принадлежности дохода центра в момент времени N.

1.9. Функция принадлежности дохода центра в начальный момент неизвестна. Она обозначается $\mu(x_0)$.

3. Постановка задачи

Задача заключается в:

1) оценке области начальных состояний, задаваемой функцией $\mu(x_0)$;

2) выборе возможного управления центра, задаваемого набором величин $u^0,...,u^{N-1}$;

3) определении действий АЭ $y^0, \ldots, y^{N-1}$.

4. Основной алгоритм

Для определения начальной области, используя подход, предложенный Беллманом и Заде [7], можно использовать следующий алгоритм.

Степень достижения цели при заданных парах «действие – управление» $(y^0,u^0),\ldots,(y^{N-1},u^{N-1})$, определяется функцией

$$\mu = \min[\mu(y^0, u^0), \mu(y^1, u^1), \ldots, \mu(y^{N-1}, u^{N-1}), \mu(x_N)]$$

принадлежности цели.

Так как желательно, чтобы степень этой принадлежности была как можно больше, нужно найти максимум по всех парам $(y^0, u^0),\ldots,(y^{N-1},u^{N-1})$

$$\mu = \max_{(y^0, u^0),\ldots,(y^{N-1},u^{N-1})} \min[\mu(y^0, u^0),\mu(y^1, u^1),\ldots, \mu(y^{N-1}, u^{N-1}),\mu(x_N)]$$

Обозначение $\max\limits_{(y^i, u^i)} X(y^i, u^i)$

подразумевает, что в i-й момент времени, действие y^i выбирается из $y_1^i, \ldots, y_k^i, \ldots, y_M^i$, а управление u^i из $u_1^i,\ldots, u_k^i,\ldots, u_R^i$.

Вычисление максимального значения по паре (y^{N-1},u^{N-1}) из числа $a(y^{N-1},u^{N-1})$ и не зависящего от нее b можно произвести следующим образом:

$$\max_{(y^{N-1},u^{N-1})} \min[a(y^{N-1},u^{N-1}), b] = \min[\max_{(y^{N-1},u^{N-1})} a(y^{N-1},u^{N-1}),\ b]. \quad (1)$$

Сделаем некоторые преобразования в соответствии с (1) и с учетом того, что

$x_N=f(x_{N-1}, y^{N-1}, u^{N-1})$.

Получим:

$$\mu = \max_{(y^0, u^0)\ldots(y^{N-1},u^{N-1})} \min[\mu(y^0, u^0), \mu(y^1, u^1),\ldots, \mu(y^{N-1}, u^{N-1}), \mu(x_N)] =$$

$$= \max_{(y^0, u^0),\ldots,(y^{N-2},u^{N-2})}\ \max_{(y^{N-1},u^{N-1})} \min[\mu(y^0, u^0), \mu(y^1, u^1),\ldots, \mu(y^{N-1}, u^{N-1}), \mu(f(x_{N-1}, y^{N-1}, u^{N-1}))] =$$

$$= \max_{(y^0, u^0),\ldots,(y^{N-2},u^{N-2})} \min[\mu(y^0, u^0), \mu(y^1,u^1),\ldots, \mu(y^{N-2}, u^{N-2}),\quad \max_{(y^{N-1},u^{N-1})}[\mu(y^{N-1}, u^{N-1}),$$

$$\mu(f(x_{N-1}, y^{N-1}, u^{N-1}))]] =$$

$$\max_{(y^0, u^0), \ldots, (y^{N-2}, u^{N-2})} \min[\mu(y^0, u^0), \mu(y^1, u^1), \ldots, \mu(y^{N-2}, u^{N-2}), \mu(x_{N-1})]$$

В последнем равенстве сделано обозначение

$$\mu(x_{N-1}) = \max_{(y^{N-1}, u^{N-1})} [\mu((y^{N-1}, u^{N-1}), \mu(f(x_{N-1}, y^{N-1}, u^{N-1}))].$$

Функцию $\mu(x_{N-1})$ можно интерпретировать как функцию максимальной принадлежности получаемого (N-1)-го результата или как ограничения на область допустимых значений на (N-1)-ом шаге, выраженных через функцию $\mu(x_{N-1})$.

Действуя по аналогии, можно рекуррентно построить из (N-1)-ой функции $\mu(x_{N-1})$ функцию $\mu(x_{N-2})$ и далее, продолжая последовательно находить значения функций $\mu(x_i)$. В итоге приходим к функции $\mu(x_0)$.

Кроме того, если мы выбираем начальное состояние x_0, то последовательно находим пары — действие плюс управление: $(y^0, u^0), \ldots, (y^{N-1}, u^{N-1})$, которые максимизируют функцию принадлежности.

Чтобы найти (y^0, u^0), путем перебора найдем то значение (y_k^0, u_l^0), которое дает максимальную величину

$$\min[\mu(y_k^0, u_l^0), \mu(f(x_0, y_k^0, u_l^0))].$$

Таким образом, мы получаем значения параметров k и l и, следовательно, (y^0, u^0).

Далее определяем

$$x_1 = f(x_0, y^0, u^0)$$

и находим (y^1, u^1). Продолжая рекуррентно эту процедуру, получаем (y^2, u^2), $(y^3, u^3), \ldots, (y^{N-1}, u^{N-1})$.

5. Заключение

В рамках принятого в теории активных систем описания функционирования АС [3,6], данная работа предлагает алгоритм построения системы управления динамическими активными системами при нечеткой информации о положении цели и состоянии природы. Этот подход интересен тем, что отталкиваясь от уже известного алгоритма, разработанного Заде-Беллманом [7], он дает его новое понимание и предлагает построение динамического управления и оценки поведения АС. Используемая модель - дискретное время, нечеткое описание предпочтений экономических агентов в зависимости от дискретного набора выбираемых действий и стимулирования, рекуррентное представление дохода управляющего органа нечеткое определение терминального положения цели - дает способ математической формализации задач. Использование этого способа исследования позволяет предложить алгоритм динамического программирования для нахождения в нечеткой форме зависимости функции принадлежности начального состояния от конечного и при выборе начальных условий определить последовательность оптимальных управлений.

Литература:

[1] Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в вероятностных моделях социально-экономических систем //Автоматика и телемеханика 1993. N11. С.3-30.

[2] Бурков В.Н., Еналеев А.К., Новиков Д.А. Механизмы функционирования социально-экономических систем с сообщением информации //Автоматика и телемеханика 1996 N3. С.3-25.

[3] Бурков В. Н., Новиков Д. А. Введение в теорию активных систем. М.: ИПУ РАН, 1996.

[4] Кофман А.В. Введение в теорию нечетких множеств. М.: Радио и связь, 198?

[5] Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. М.: Наука, 1981.

[6] Новиков Д.А. Механизмы стимулирования в моделях активных систем с нечеткой неопределенностью. М.: ИПУ РАН, 1997.

[7] Bellman R.E., Zadeh L.A. Decision making in fuzzy environment //Managment Science 1970. Vol. 17B. P. 141-164.