МОДЕЛЬ МИНИМИЗАЦИИ ЗАТРАТ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ КОМАНДЫ ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОЕКТА

Галинская Е.А., Половинкина А.И., Рентеева Е.Л.
(*Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, Воронеж*)
vgasu@vgasu.vrn.ru

В процессе выполнения информационных проектов особенно остро стоит вопрос соблюдения сроков завершения проекта. Это связано в основном с современными достижениями в области коммуникаций, когда распространение информации осуществляется в предельно сжатые сроки, что приводит к снижению конкурентоспособности новых продуктов, так как информация о них очень быстро становится общедоступной, лишая предприятие – производитель конкурентных преимуществ, связанных с выведением на рынок нового продукта. Такая ситуация требует от предприятия постоянно иметь на подходе принципиально новую продукцию и успеть выставить ее на рынок раньше своих конкурентов. По оценкам специалистов, полугодовая задержка проекта в сфере разработки продукции высоких технологий, как правило, ведет к потере 33 % потенциального дохода. Скорость освоения новых рыночных ниш, скорость вывода новой продукции на рынок – все это в современных условиях становится конкурентным преимуществом. В связи с этим возникает задача формирования такой команды исполнителей проекта, которая бы осуществила выполнение всех работ в заданные сроки, и при этом затраты на оплату труда были минимальны.

Рассмотри эту задачу в наиболее общем виде, считая, что предприятие имеет для реализации информационного проекта ограниченное число специалистов различной квалификации. Обозначим через a_i заработную плату i-го специалиста, а через b_i - индивидуальную производительность. Введем двоичную

переменную x_i, которая принимает только два значения **0** или **1**. $x_i = 1$ в том случае если i-ый специалист принимает участие в реализации проекта и $x_i = 0$ в противном случае. Тогда задача формирования команды проекта обеспечивающей выполнение проекта в заданные сроки с минимальной стоимостью будет описываться следующей целевой функцией и ограничениями:

(1) $$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \to \min,$$

(2) $$\sum_{i=1}^{n} b_i x_i \geq P,$$

В данном случае величина P определяется как минимально необходимая производительность труда для выполнения проекта в заданные сроки, то есть $P = \frac{Q}{T}$, где Q – трудоемкость выполняемого проекта, T – строки выполнения.

Таким образом, задача (1) – (2) представляет собой классическую задачу о «ранце», решение которой может быть осуществлено с помощью метода ветвей и границ [1].

В этом случае целевая функция задачи будет иметь вид:

$$12 \cdot x_1 + 12 \cdot x_2 + 10 \cdot x_3 + 10 \cdot x_4 + 10 \cdot x_5 + 8 \cdot x_6 + 8 \cdot x_7 + $$
$$+ 8 \cdot x_8 + 8 \cdot x_9 + 5 \cdot x_{10} + 5 \cdot x_{11} + 5 \cdot x_{12} + 5 \cdot x_{13} + 5 \cdot x_{14} \to \min,$$

при ограничениях:

$$1{,}4 \cdot x_1 + 1{,}4 \cdot x_2 + 1{,}3 \cdot x_3 + 1{,}3 \cdot x_4 + 1{,}3 \cdot x_5 + 1{,}2 \cdot x_6 + 1{,}2 \cdot x_7 +$$
$$+ 1{,}2 \cdot x_8 + 1{,}2 \cdot x_9 + 1 \cdot x_{10} + 1 \cdot x_{11} + 1 \cdot x_{12} + 1 \cdot x_{13} + 1 \cdot x_{14} \geq 9{,}7.$$

Решая серию задач линейного программирования, приходим к решению вида

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0,$$
$$x_6 = x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = x_{11} = x_{12} = x_{13} = x_{14} = 1.$$

То есть в качестве исполнителей выгодно выбрать специалистов третьей и четвертой квалификационных групп. В этом случае суммарная производительность будет 9,8 при величине затрат 57 тыс. р., то есть будет иметься некий, правда небольшой, запас производительности, обеспечивающий резерв, а величина затрат будет минимальна.

Для данной задачи можно сформулировать эвристическое правило, аналогичное правилу 1.

Эвристическое правило 1. Первоначально принять в качестве команды проекта весь наличный состав специалистов, вычислить общую производительность и затраты. Затем убирать из команды проекта по одному специалисту, имеющему самую низкую удельную производительность, каждый раз пересчитывая производительность и затраты, то есть вычитая из суммарной производительности производительность удаляемого специалиста, а из затрат его заработную плату. Продолжать до тех пор, пока суммарная производительность не будет равна минимально необходимой [2] производительности труда, необходимой для выполнения проекта в заданные сроки. Полученное решение будет соответствовать минимальному уровню затрат при заданной продолжительности выполнения работ.

Из приведенных решений видно, что не всегда полученное оптимальное решение будет выгодным с точки зрения использования специалистов. Очевидно, необходимо рассмотреть постановку задачи, когда к экстремуму будет стремиться некий удельный показатель характеризующий качество работы специалистов. В качестве такого показателя удобно рассмотреть удельную производительность [3] на единицу денежных средств, затраченных на оплату труда специалистов, работающих над проектом. В этом случае целевая функция задачи будет иметь следующий вид:

(3) $$\frac{\sum_{i=1}^{n} b_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} a_i x_i} \to \max,$$

а ограничения примут вид

(4) $$\sum_{i=1}^{n} b_i x_i \ge P,$$

x_i - двоичные переменные.

Задача (3) – (4) является задачей дробно – линейного программирования. Учитывая, что ограничение (4) обеспечит отличие от нуля знаменателя выражения (3), введем новую переменную $y_0 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} a_i x_i}$ и осуществим замену переменных в исходной задаче (3) – (4) $y_i = y_0 x_i$. В этом случае приходим с следующей задаче линейного программирования:

(5) $$M = \sum_{i=1}^{n} b_i y_i \to \max$$

(6) $$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} b_i y_i - P y_0 \ge 0, \\ \sum_{i=1}^{n} a_i y_i = 1, \end{cases}$$

$y_i \ge 0$, $y_0 > 0$ - неотрицательные переменные.

В данном случае (5) – (6) является обычной задачей линейного программирования, то есть уже не является ни задачей комбинаторного, ни задачей целочисленного программирования.

После нахождения переменных y_i происходит переход к исходным переменным задачи x_i по формуле $x_i = \frac{y_i}{y_0}$. В данном случае из-за ошибок округления может быть нарушено условие двоичности или целочисленности рассматриваемого решения. Если полученные решения сильно отличаются от принятых ограничений, то приходится использовать процедуру метода ветвей и границ, решая серию задач линейного программирования, придавая значения выбранным переменным для которых нарушается условие двоичности (целочисленности).

Решение задачи дает решение следующего вида:

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0,$$

$$x_6 = x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = x_{11} = x_{12} = x_{13} = x_{14} = 1.$$

При этом значение целевой функции задачи будет равно 0,179. Как видим, решения совпадают. Интересно, что если увеличить требования к суммарной производительности, задать, что $P = 12$, то решение примет вид

$$x_1 = x_2 = x_3 = 0,$$

$$x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = x_9 = x_{10} = x_{11} = x_{12} = x_{13} = x_{14} = 1.$$

То есть в команду проекта включаются еще два сотрудника из второй квалификационной группы. Это повышает суммарную производительность до 12,5, а величину затрат до 77 тыс. р., что соответствует показателю качества работы специалистов 0,166.

В данном случае для решения поставленной задачи также можно воспользоваться эвристическим правилом 1.

Литература

1. Баркалов С.А., Буркова И.В., В.Н. Колпачев, Потапенко А.М. *Модели и методы распределения ресурсов в управлении проектами*. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. М.: 2004г.. 87 с.
2. Болтянский В.Г. *Математические методы оптимального управления.* М.: Наука, 1968. – 408 с.
3. Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П. *Принятие решений на основе нечетких моделей.* – Рига, «Зинатне», 1990. 184 с.