

# МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ СТИМУЛИРОВАНИЯ РАБОЧИХ ПРЕССОВОГО ПРОИЗВОДСТВА ОАО «АВТОВАЗ»

Павлов О.В. Выборнова Л.А.  
(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)  
[pavlov@ssau.ru](mailto:pavlov@ssau.ru)

## Введение

В работе исследована действующая система стимулирования рабочих прессового производства АО «АВТОВАЗ», которая включает оплату по тарифу и доплаты за условия труда, напряженность норм труда, выполнение нормированного задания, качество [1].

В соответствии с методологией теории активных систем [2, 3] произведена математическая постановка многопараметрической задачи материального стимулирования. В качестве элементов согласования интересов в системе рассмотрены доплаты за выполнение нормированного задания, качество, культуру производства. При решении многопараметрических задач стимулирования не удается найти реакцию агента в виде аналитической функции, зависящей от вектора параметров системы стимулирования. Для решения таких задач в данной статье предлагается численный алгоритм, основанный на градиентном методе. Идея численного метода была предложена в работе [4].

## 1. Анализ многопараметрической системы стимулирования прессового производства

Согласно положению о дополнительной оплате за выполнение нормированного (производственного) задания, при уровне выполнения нормированного задания от 80% до 100% начисление дополнительной оплаты  $i$ -му агенту производится в процентах к тарифной ставке за фактически отработанное время в

сумме с доплатой за напряженность норм труда и доплатой за условия труда по формуле:

$$(1) \quad d_{qi} = T_i \left( \frac{q_{yi}}{q_{xi}} - 0,8 \right) \frac{a_{qi}}{0,2} = T_i a_{qi} (5d_{qi} - 4), \quad i = 1, N.$$

где  $d_{qi}$  – размер дополнительной оплаты за выполнение нормированного задания по объему производства продукции, руб.;  $T_i$  – оплата по тарифу в совокупности с доплатами за напряженность норм труда и условия труда, руб.;  $a_{qi}$  – размер доплат за выполнение нормированного задания по объему производства продукции (процент к тарифной ставке);  $q_{yi}$  – фактически выполненный объем продукции, нормо-часы;  $q_{xi}$  – плановый объем продукции, нормо-часы;  $d_{qi}$  – показатель выполнения нормированного задания по производству продукции бригадой,  $N$  – количество агентов.

Согласно положениям о премировании рабочих прессового производства и об оценке состояния культуры производства премия начисляется за выполнение двух основных нормативов: доли дефектной продукции, выявленной у потребителя и культуры производства.

За каждый процент превышения доли дефектной продукции, выявленной у потребителя относительно установленного норматива, а также за каждый процент превышения норматива дефектных заготовок и металла с отклонениями, размер премии снижается на 5%. Начисление дополнительной оплаты за выполнение норматива по доле дефектной продукции  $i$ -му агенту производится в процентах к тарифной ставке за фактически отработанное время в сумме с доплатой за напряженность норм труда и доплатой за условия труда по формуле:

$$(2) \quad d_{di} = T_i a_{di} \left( 1 - \left( \frac{d_{yi}}{d_{xi}} - 1 \right) b_{di} \right) = T_i a_{di} \left( 1 - \left( \frac{1}{d_{di}} - 1 \right) b_{di} \right), \quad i = 1, N.$$

где  $d_{di}$  – размер дополнительной оплаты за выполнение норматива по доле дефектной продукции, руб.;  $a_{di}$  – размер доплат за выполнение норматива по доле дефектной продукции (процент к тарифной ставке);  $d_{xi}$  – норматив количества дефектной продукции, тыс. штук;  $d_{yi}$  – фактическое количество дефектной

продукции, тыс. штук;  $d_{di}$  – соотношение норматива количества дефектной продукции к фактическому количеству дефектной продукции (чем больше  $d_{di}$ , тем меньше дефектов);  $b_{di}$  – процент снижения премии за каждый процент превышения доли дефектной продукции, выявленной у потребителя, относительно установленного норматива.

Оценка культуры производства проводится по пятибалльной системе. Пять баллов ставится бригаде, участку, комплексу при полном отсутствии замечаний и выполнении всех перечисленных в положении критериев оценки культуры производства. При нарушении культуры производства баллы снижаются. При получении оценки по культуре производства ниже трех баллов премия не выплачивается.

При невыполнении норматива культуры производства бригаде, участку за каждый 1% невыполнения размер премии снижается на 1,5%. Начисление дополнительной оплаты за выполнение норматива культуры производства  $i$ -му агенту производится в процентах к тарифной ставке за фактически отработанное время в сумме с доплатой за напряженность норм труда и доплатой за условия труда по формуле:

$$(3) d_{ki} = Ta_{ki} \left( 1 - \left( 1 - \frac{k_{yi}}{k_{xi}} \right) b_{ki} \right) = Ta_{ki} (1 - (1 - d_{ki}) b_{ki}), \quad i = 1, N.$$

где  $d_{ki}$  – размер дополнительной оплаты за выполнение культуры производства, руб.;  $a_{ki}$  – размер доплат за выполнение культуры производства (процент к тарифной ставке);  $k_{xi}$  – максимальная балльная оценка за культуру производства (5 баллов);  $k_{yi}$  – фактическая балльная оценка за культуру производства;  $d_{ki}$  – показатель выполнения норматива по культуре производства;  $b_{ki}$  – процент снижения доплаты  $a_{ki}$  за каждый процент невыполнения норматива по культуре производства.

Согласно положениям по оплате труда производственных рабочих пресового производства ОАО «АВТОВАЗ» доплаты (1)-(3) начисляются при уровне выполнения нормированного задания от 80% до 100%. При уровне выполнения нормированного задания ниже 80% дополнительная оплата не начисляется, при этом оплата по тарифу этим рабочим производится из рас-

чета тарифной ставки, уменьшенной на 1% за каждый процент невыполнения до 80%.

Начисление заработной платы каждому рабочему может производиться в двух вариантах: норматив оплаты труда может быть умножен на количество фактически произведенной продукции надлежащего качества, либо на фактически отработанное время, при этом остальная часть фонда заработной платы распределяется внутри бригады с учетом заслуг каждого рабочего. Так как реально в пресовом производстве действует второй способ начисления заработной платы, то с учетом доплат (1)-(3) функция стимулирования агента примет вид:

$$(4) s_i = \begin{cases} \left( T_i - \frac{T_i}{5} (4 - 5d_{qi}) b_{ti} \right) t_i, & \text{если } d_{qi} < 0,8; \\ \left( T_i + d_{qi} + d_{di} \right) t_i, & \text{если } \begin{cases} d_{qi} \geq 0,8; \\ d_{ki} < 0,6; \end{cases} \\ \left( T_i + d_{qi} + d_{di} + d_{ki} \right) t_i, & \text{если } \begin{cases} d_{qi} \geq 0,8; \\ 0,6 \leq d_{ki} \leq 1; \end{cases} \end{cases} \quad i = 1, N.$$

где  $t_i$  — фактически отработанное время  $i$ -го агента;  $b_{ti}$  – процент снижения тарифной ставки  $i$ -го рабочего за каждый процент невыполнения нормированного задания до 80%.

В случае превышения процента выполнения нормативов по объему производства продукции и доле дефектной продукции больше 1,3 нормативы пересматриваются. Оценка культуры производства не может быть меньше двух баллов и больше пяти баллов. Таким образом, показатели выполнения нормативов агентами принадлежат области допустимых значений  $\Omega$ :  $0 \leq d_{qi} \leq 1,3$ ,  $d_{di} \leq 1,3$ ,  $0,4 \leq d_{ki} \leq 1$ .

## 2. Постановка многопараметрической задачи стимулирования

В соответствии с методологией теории активных систем в качестве целевой функцией  $i$ -го агента принимается разность

функции стимулирования и функции издержек:

$$(5) f_i = s_i(d, a) - c_i(d) \rightarrow \max, i = 1, N,$$

где  $s_i(d, a)$  – материальное вознаграждение  $i$ -го агента, руб.;  $c_i(d)$  – затраты  $i$ -го агента, руб.;  $d = (d_1, d_2 \dots d_n)$ ,  $l = 1, n$  – вектор производственных нормативов,  $n$  – количество производственных нормативов;  $a = (a_1, a_2 \dots a_m)$ ,  $s = 1, m$  – вектор параметров системы стимулирования,  $m$  – количество параметров системы стимулирования.

Функция затрат агента зависит от показателей выполнения производственных нормативов и складываются из усилий, идущих на их выполнение. Но усилия по выполнению нормативов разные и напрямую их складывать нельзя. В результате анкетирования было выявлено, что усилия рабочих по выполнению нормативов распределяются следующим образом: 60% от затрачиваемых усилий тратится на выполнение норматива по объёму выпуска продукции, 30% – на норматив по качеству продукции, 10% – на норматив по культуре производства.

В статье вводится обобщённый показатель выполнения производственного задания с учётом разного количества усилий, затрачиваемых рабочими на выполнение нормативов:

$$(6) \begin{aligned} I_i &= I_{qi} d_{qi} + I_{di} d_{di} + I_{ki} d_{ki}; \\ I_{qi} + I_{di} + I_{ki} &= 1, \end{aligned}$$

где  $I_{qi}$  – доля усилий по выполнению норматива по объёму производства;  $I_{di}$  – доля усилий по выполнению норматива по доле дефектной продукции;  $I_{ki}$  – доля усилий по выполнению норматива по культуре производства. Весовые коэффициенты  $I_{qi}$ ,  $I_{di}$ ,  $I_{ki}$  позволяют учесть разные затраты труда рабочих на выполнение нормативов.

Была проведена идентификация функции затрат рабочих при выполнении производственных нормативов. Рабочих пресового производства попросили оценить затрачиваемые усилия при изменяющихся процентах выполнения норматива по объёму выпуска продукции (10%, 20%, 30%... 100%), при постоянном 100% выполнении нормативов по качеству продукции и культу-

ре. В результате была получена зависимость затрат от обобщённого показателя выполнения производственного задания:

$$(7) c_i(d) = g_i t_i (a l_i^2 + b l_i + c),$$

где  $g_i$  – коэффициент, переводящий усилия по выполнению обобщённого показателя в стоимостное выражение, руб.

Решением оптимизационной задачи (5) является вектор  $d_i^*$  – реакция агента на выбранный центром вектор параметров системы стимулирования  $a$  :

$$(8) d_i^* = \arg \max_{d_i \in \Omega} \{f_i(a, d)\},$$

где  $\Omega$  – область допустимых значений  $d_i^*$ .

Центр (руководство пресового производства) заинтересован в выполнении плановых показателей рабочими, поэтому в качестве его целевой функции примем минимум суммы квадратов разности плановых и фактических нормативов:

$$(9) F(d^*, a) = a_{qi} (d_{qi}^* - d_{qi}^{nl})^2 + a_{di} (d_{di}^* - d_{di}^{nl})^2 + a_{ki} (d_{ki}^* - d_{ki}^{nl})^2 \rightarrow \min,$$

где  $a_{qi}$ ,  $a_{di}$ ,  $a_{ki}$  – весовые коэффициенты нормативов по объёму производства, доле дефектной продукции и культуре производства. Весовые коэффициенты учитывают различную значимость для центра выполнения нормативов.

Математическая постановка многопараметрической задачи стимулирования примет следующий вид:

$$(10) \begin{cases} F = a_{qi} (d_{qi}^* - d_{qi}^{nl})^2 + a_{di} (d_{di}^* - d_{di}^{nl})^2 + a_{ki} (d_{ki}^* - d_{ki}^{nl})^2 \rightarrow \min; \\ d_i^*(a) = \arg \max_{d_i \in \Omega} \{f_i(a, d)\}; \\ s_i(a, d) \geq s_{cp}. \end{cases}$$

где  $s_{cp}$  – средняя зарплата в регионе.

Представленная математическая модель многопараметрической системы стимулирования позволяет рассматривать воздействия материального стимулирования на выполнение бригадой нормативов по объёму производства, доле дефектной продукции и культуре производства при согласовании интересов рабочих и руководства предприятия.

Данная задача не решается аналитически, поэтому для её решения предлагается численный алгоритм, основанный на градиентном методе.

### 3. Численный метод решения многопараметрической задачи стимулирования

Для решения многопараметрической задачи стимулирования предлагается численный алгоритм, основанный на градиентном методе [5].

#### Алгоритм решения

1. С помощью градиентного метода ищется минимум целевой функции центра. Задаются начальные приближения для вектора параметров системы стимулирования  $\mathbf{a}[0]$ .

2. В точке  $\mathbf{a}[k]$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , вычисляется значение градиента целевой функции центра, компоненты которого являются частными производными функции, вычисленными в точке  $\mathbf{a}[k]$ :

$$F'(\mathbf{d}^*, \mathbf{a}[k]) = \left( \frac{\partial F(\mathbf{d}^*, \mathbf{a}[k])}{\partial \mathbf{a}_1[k]}, \dots, \frac{\partial F(\mathbf{d}^*, \mathbf{a}[k])}{\partial \mathbf{a}_m[k]} \right).$$

Вычисление частных производных производится по приближенной формуле [6]:

$$(11) \frac{\partial F(\mathbf{d}^*, \mathbf{a}[k])}{\partial \mathbf{a}_l[k]} \approx \frac{F(\mathbf{d}^*, \mathbf{a}_l[k] + h_a) - F(\mathbf{d}^*, \mathbf{a}_l[k])}{h_a}, \quad l = 1, m,$$

где  $h_a$  - приращение для параметра  $\mathbf{a}_l[k]$  на  $k$ -ой итерации.

Для нахождения частной производной по формуле (11) необходимо найти реакцию агента - вектор  $\mathbf{d}^*$ . Для нахождения вектора  $\mathbf{d}^*$  на  $k$ -ой итерации также используется градиентный метод, описанный в пункте 3. После определения в пункте 3 реакции агента вычисляются частные производные целевой функции центра по формуле (11) и осуществляется переход к пункту 4.

3. Алгоритм поиска реакции агента при заданном  $\mathbf{a}[k]$ .

3.1. Задаются начальные приближения для реакции агента вектора  $\mathbf{d}[0]$ .

3.2. В точке  $\mathbf{d}[j]$ ,  $j = 0, 1, 2, \dots$ , вычисляется значение градиента целевой функции агента, компоненты которого являются частными производными функции, вычисленными в точке  $\mathbf{d}[j]$ :

$$f'(\mathbf{d}[j], \mathbf{a}[k]) = \left( \frac{\partial f(\mathbf{d}[j], \mathbf{a}[k])}{\partial d_1[j]}, \dots, \frac{\partial f(\mathbf{d}[j], \mathbf{a}[k])}{\partial d_n[j]} \right).$$

Вычисление частных производных производится по приближенной формуле [6]:

$$(12) \frac{\partial f(\mathbf{d}[j], \mathbf{a}[k])}{\partial d_s[j]} \approx \frac{f(\mathbf{d}_s[j] + h_d, \mathbf{a}[k]) - f(\mathbf{d}_s[j], \mathbf{a}[k])}{h_d}, \quad s = 1, n,$$

где  $h_d$  - приращение для реакции агента  $\mathbf{d}_s[j]$  на  $j$ -ой итерации.

3.3. На каждой  $j$ -ой итерации поиска реакции агента вычисляются значения  $\mathbf{d}_s[j+1]$  при известном параметре системы стимулирования  $\mathbf{a}[k]$  в соответствии с градиентным методом [5]:

$$(13) \mathbf{d}_s[j+1] = \mathbf{d}_s[j] - a_j \frac{\partial f(\mathbf{d}[j], \mathbf{a}[k])}{\partial d_s[j]}, \quad s = 1, n,$$

где  $a_j$  - величина шага на  $j$ -й итерации, подбирается так, чтобы целевая функция агента уменьшалась.

3.4. Проверяется условие выхода из итерационного процесса

$$\left| \sum_{s=1}^n \mathbf{d}_s[j+1] - \sum_{s=1}^n \mathbf{d}_s[j] \right| \leq \mathbf{e}_d,$$

где  $\mathbf{e}_d$  - заданная малая величина для итерационного процесса поиска реакции агента  $\mathbf{d}^*$ .

Если условие выполняется, то итерационный процесс прекращается, в противном случае осуществляется переход к подпункту 3.2. В случае останова итерационного процесса и успешного определения реакции агента  $\mathbf{d}^*$  осуществляется возврат к пункту 2, в котором вычисляются частные производные целевой функции центра.

4. На каждой  $k$ -ой итерации поиска параметров системы стимулирования вычисляется новое значение вектора параметров  $\mathbf{a}[k]$  в соответствии с градиентным методом:

$$a_l[k+1] = a_l[k] - a_k \frac{\partial F(\mathbf{d}^*, \mathbf{a}[k])}{\partial a_l[k]}, l = 1, m.$$

где  $a_k$  – величина шага на  $k$  итерации, подбирается так, чтобы целевая функция центра уменьшалась.

5. Проверяется условие выхода из итерационного процесса поиска параметра системы стимулирования:

$$\left| \sum_{l=1}^m a_l[k+1] - \sum_{l=1}^m a_l[k] \right| \leq e_a,$$

где  $e_a$  – заданная малая величина для итерационного процесса поиска вектора параметров  $\mathbf{a}$ .

Если условие выполняется, то итерационный процесс прекращается, в противном случае осуществляется переход к пункту 2.

На основе предложенного алгоритма разработан программный модуль на языке программирования высокого уровня Turbo pascal 7.0.

## Литература

1. *Сборник положений по оплате труда работников Волжского автомобильного завода.* – Тольятти, 2000. – 128 с.
2. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Как управлять проектами.* – М.: СИНТЕГ, 1997. – 188 с.
3. НОВИКОВ Д.А. *Стимулирование в организационных системах.* – М.: СИНТЕГ, 2003. – 312 с.
4. ПАВЛОВ О.В. *Численный метод решения задачи стимулирования* // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета № 1(7) 2005 г. стр. 104-111.
5. СУХАРЕВ А.Г., ТИМОХОВ А.В., ФЕДОРОВ В.В. *Курс методов оптимизации.* – М.: Наука, 1986.
6. КОПЧЕНОВА Н.В., МАРОН И.А., *Вычислительная математика в примерах и задачах.* – М.: Наука, 1972.