МОДЕЛИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ОБ ОБЪЕМАХ ЗАКУПОК ФИРМОЙ – ОПТОВЫМ ПОКУПАТЕЛЕМ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ИЗМЕНЕНИЯ ОТПУСКНЫХ ЦЕН ПРОИЗВОДИТЕЛЯ И СПРОСА КОНЕЧНЫХ ПОКУПАТЕЛЕЙ

Заложнев А.Ю.

(*Институт проблем управления РАН, Москва*)

Центральное место в системе торговли занимает оптовая торговля. Оптовый покупатель (продавец) – хозяйствующий субъект, стоящий в торговой цепочке между производителем продукции и хозяйствующими субъектами или физическими лицами, приобретающими товар для его непосредственного использования или потребления. От ценовой политики оптового продавца существенным образом зависит объем продаж товара данного вида. Производитель также может проводить на рынке определенную ценовую политику, например, стимулируя спрос путем уменьшения отпускной цены. Эти соображения приводят участников рынка, за исключением, пожалуй, конечного потребителя, к необходимости построения умозрительных или формальных моделей оптовых закупок и продаж, связывающих их объем с изменением уровня закупочных или отпускных цен. В настоящей статье будут рассмотрены две модели принятия решений об объемах закупок и об уровне розничных цен фирмой – оптовым покупателем (дилером) в зависимости от изменения отпускных цен производителя и спроса конечных покупателей при различных объемах оптовых закупок.

Рассмотрим следующую модель.

I. Имеются три разнородных участника рынка:

а) производитель;

б) оптовый продавец (дилер);

в) покупатель (покупатели).

Дилер закупает товар (оборудование) непосредственно у производителя по отпускным ценам. Покупатель может закупать товар только у дилера. В этом смысле дилер фактически является эксклюзивным дистрибьютором.

II. Зависимость суммарного покупательского спроса V от дилерской продажной цены за единицу продукции q определяется функцией $V(q)$. Для данной модели будем считать ее линейной.

Выбор линейной зависимости объясняется просто. Допустим, что эксперт (менеджер дилерской фирмы) может с достаточной степенью точности определить:

а) ту цену (b_2) на товар, при которой его не будет покупать ни один покупатель;

б) то количество товара (V_0), которое может быть продано при минимальной цене на товар – минимальной оптовой отпускной цене производителя (b_1).

На основании этих данных может быть построена прямая зависимости спроса от цены $V(q)$ (рис. 1).

III. Известна зависимость $b(V)$ отгрузочных цен производителя от объема дилерских закупок V. Эта зависимость может быть задана в виде ступенчатой функции, убывающей по V. Максимальное значение цены $b(V) – b_0$ имеет место при закупке одной единицы продукции (оборудования) или минимально целесообразного с точки зрения издержек дилера количества расходных материалов или запасных частей, а минимальное – при минимальной отгрузочной цене производителя – b_1, определяемой объемом переменных издержек, затрачиваемых производителем на производство одного изделия.

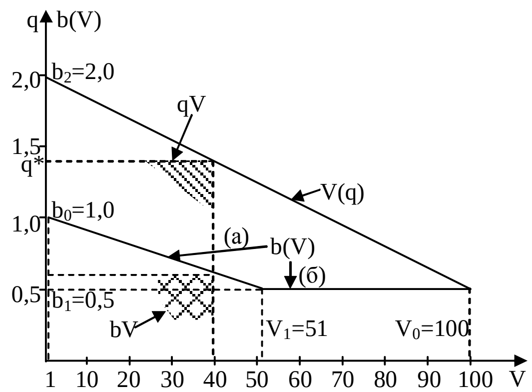

Рис. 1.

В рамках настоящей модели зависимость цены (b) от объема закупок V (вообще говоря, идет речь об объеме закупок в течение какого-то определенного временного периода, например, года) может быть аппроксимирована ломаной, состоящей из двух участков:

а) прямой, убывающей от точки с координатами ($V = 1$, $b = b_0$), соответствующей отгрузочной цене производителя при закупке одной единицы оборудования (минимально целесообразного с точки зрения постоянных издержек дилера количества продукции производителя), до точки с координатами ($V = V_1$, $b = b_1$), соответствующей объему закупок V_1, начиная с которого производитель продает товар дилеру по минимально возможной цене b_1.

б) прямой, параллельной оси V при $b = b_1$. Эта прямая соответствует любому объему продаж производителя дилеру, начиная с V_1 (если быть абсолютно точным, по оборудованию, начиная с $V_1 + 1$). Продажа производится по цене $b = b_1$.

На рис. 1 представлены зависимости $V(q)$ и $b(V)$ для следующих значений параметров: $V_1 = 51$, $V_0 = 100$, $b_0 = 1.0$, $b_1 = 0.5$, $b_2 = 2.0$.

Сформулируем задачу. Необходимо определить величину оптовых закупок у производителя, производимых дилером – V_{max}, исчисляемую в стоимостном или натуральном выражении, при которой обеспечивается максимизация прибыли дилера, рассчитываемой по формуле: $P = (q - b)\,V$, где q – цена, по которой продавец продает товар покупателю, b – отпускная цена производителя при объеме закупки V, V – объем оптовой закупки. Необходимо решить следующую оптимизационную задачу:

$$P = (q(V) - b(V))V \to \max_V .$$

На основе вышеизложенного кривая $b(V)$ описывается следующими соотношениями:

$$(1)\quad b(V) = \begin{cases} (b_1 - b_0V_1)/(1 - V_1) + [(b_0 - b_1)/(1 - V_1)]V, \ 1 \le V \le V_1 & (a) \\ b_1, \ V > V_1 & (б) \end{cases}$$

Кривая $V(q)$ описывается соотношением

$$V(q) = \frac{V_0 b_2}{b_2 - b_1} + \left[\frac{V_0}{b_1 - b_2}\right]q .$$

Разрешим это соотношение для q относительно V:

$$q = b_2 - [(b_2 - b_1)V_0]V.$$

Нам необходимо определить то значение V, при котором достигается максимум функции P по V: $P(V) = (q(V) - b(V))V \to \max\limits_V$. Решим эту задачу сначала для случая, когда функция $b(V)$ имеет вид $b(V) = b_1$ (случай (б)). Получаем:

$$P(V) = \left(b_2 - \frac{b_2 - b_1}{V_0}V - b_1\right)V, \quad \frac{dP}{dV} = b_2 - b_1 - \frac{2(b_2 - b_1)}{V_0}V = 0,$$

откуда $V = V_0 / 2$. Поскольку $\left(\dfrac{dP}{dV}\right)'' = -2\dfrac{b_2 - b_1}{V_0} < 0$, т.к. $b_2 > b_1$ из смысла задачи, то в точке $V = V_0 / 2$ функция $P(V)$ имеет максимум.

Если $V_0 / 2 > V_1$, то точка максимума при $V = V_0 / 2$ является допустимой, если $V_0 / 2$ £ V_1, то нет.

Решим теперь задачу для случая, когда функция $b(V)$ имеет вид (a). При этом

$$P(V) = \left\{b_2 - \frac{b_2 - b_1}{V_0}V - \frac{b_1 - b_0V_1}{1 - V_1} + \frac{b_0 - b_1}{1 - V_1}V\right\}V$$

$$\frac{dP}{dV} = b_2 - 2\frac{b_2 - b_1}{V_0}V - \frac{b_1 - b_0V_1}{1 - V_1} + 2\frac{b_0 - b_1}{1 - V_1}V,$$

откуда

$$V = V^* = \frac{V_0}{2} \times \frac{(b_2 - b_0)V_1 + b_1 - b_2}{(b_2 - b_1)(V_1 - 1) + V_0(b_0 - b_1)}, \quad \left(\frac{dP}{dV}\right)'' = 2\frac{b_0 - b_1}{1 - V_1} - 2\frac{b_2 - b_1}{V_0}.$$

Поскольку из смысла задачи $b_0 > b_1$, $b_2 > b_1$, $V_1 > 1$, то $(dP/dV)'' < 0$, и значение $V = V^*$ соответствует максимуму функции $P(V)$.

Если для V^* имеет место $V^* \le V_1$, то точка максимума при $V = V^*$ является допустимой. Если обе точки максимума – при $V = V_0 / 2$ и при $V = V^*$ являются допустимыми, то для решения задачи $P(V) \to \max\limits_V$ необходимо сравнить значения целевой функции $P(V)$ при $V = V_0 / 2$ и при $V = V^*$. То значение V, для которого $P(V)$ будет больше, и будет являться точкой максимума.

Таким образом, величина $V_{max} = \arg\max \{P(V_0/2), P(V^*)\}$ и будет являться той величиной дилерских закупок у производителя, которая обеспечит дилеру максимальную прибыль.

Сформулированную и решенную задачу назовем «моделью неинформированного покупателя».

Рассмотрим другую задачу, которую назовем «модель информированного покупателя». В дополнение к пункту первому из вышеприведенной модели, данная модель строится на следующих предположениях:

I. Покупателю (покупателям) известны:

1. Отпускные цены производителя b и их зависимость от объема оптовых закупок V.

2. Объем оптовых закупок продавца (дилера) V.

Покупателя, располагающего такой информацией, будем называть «информированным».

II. Предположим, что информированный покупатель считает для себя приемлемой цену $q = (1+k)b(V)$, которая на величину $k\,b(V)$ выше отпускной цены производителя $b(V)$ и включает в себя все постоянные и переменные издержки продавца (дилера). Спрос V со стороны покупателей на товар, продаваемый дилером по цене $q = (1 + k)\, b(V)$ равен спросу на товар, отпускаемый (продаваемый) производителем по цене $b(V)$. Понятно также, что покупатели не могут закупать товар непосредственно у производителя.

III. При значениях цены продавца q больших чем $(1 + k)\, b(V)$ при объеме оптовых закупок V спрос W на продукцию (оборудование) со стороны покупателей начинает убывать. Покупатели, например, могут переключить свой спрос на продукцию других производителей.

В рамках данной модели необходимо определить объем оптовых закупок V^* и продажную цену q^*, которые обеспечат дилеру максимум прибыли.

Эксперты-менеджеры фирмы-продавца (дилера) в принципе могут оценить величину $m = q\,/\,b(V)$, которая соответствует тому значению цены q, при котором спрос W на продукцию (оборудование), закупаемую в количестве V по цене $b(V)$ и продаваемую дилером по цене q будет равен нулю (см. рис.2).

Поскольку при значении цены $q = (1 + k)\, b(V)$ спрос W со стороны покупателей на продукцию, закупаемую дилером в объеме V, равен V, а при цене $q = m\, b(V)$ равен нулю, то мы можем определить коэффициенты линейной зависимости $W(q)$, в качестве параметров которой выступают величины V и $b(V)$.

Определим коэффициенты a и c прямой $W = a\, q + c$, проходящей через две точки на координатной плоскости (q, W) с координатами $(m\, b(V), 0)$ и $((1+k)\, b(V), V)$. Получаем:

$$a = \frac{V}{b(V)(1+k-m)};\quad c = \frac{Vm}{m-1-k},$$

откуда $W = \left\{\dfrac{mb(V)-q}{b(V)(m-1-k)}\right\}V$.

На рисунке 2 представлены зависимости $b(V)$, $(1 + k)\, b(V)$, $W(q)$ для следующих значений коэффициентов: $V_1 = 51$, $V_0 = 100$, $b_0 = 1.0$, $b_1 = 0.5$, $k = 0.5$, $m = 3.0$.

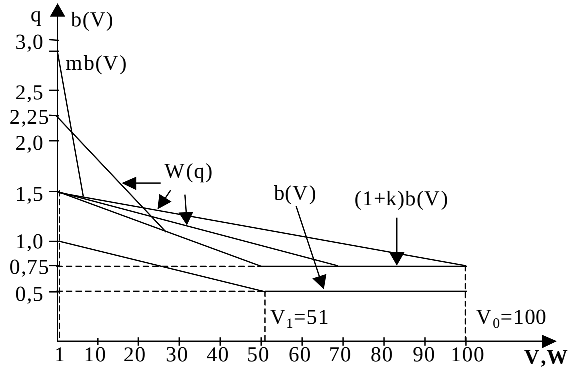

Рис. 2.

На основе вышесказанного в качестве критерия будем использовать максимум прибыли, задаваемый соотношением:

(2) $P(q,V) = qW(q,V) - b(V)V \to \max\limits_{q,V}$.

Сначала при фиксированном V ($V = V_*$) и, соответственно, $b(V)$ нужно рассмотреть критерий вида (см. рис. 3):

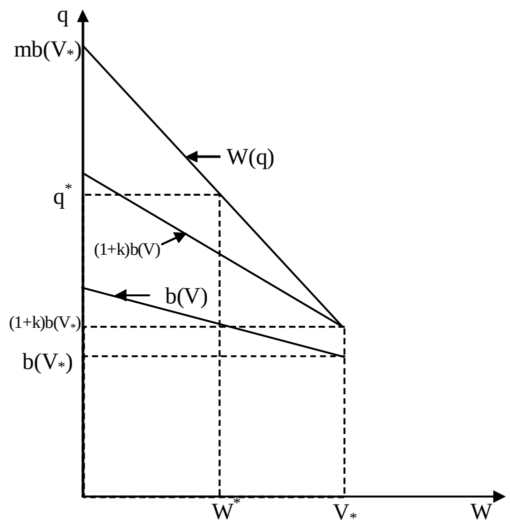

Рис. 3.

(3) $P(q,V) = qW(q,W) \to \max\limits_{q}$.

Имеем

(4) $P(q,W) = qW = q\left\{\dfrac{mb(V)-q}{b(V)(m-1-k)}\right\}V$,

$$\frac{dP}{dq} = \frac{mb(V)-2q}{b(V)(m-1-k)} = 0,$$

откуда

(5) $q^* = m\,b(V)\,/\,2$.

Определим знак второй производной: $\left(\dfrac{dP}{dq}\right)'' = -2\dfrac{V}{b(V)(m-1-k)}$. Поскольку по смыслу задачи $m - k - 1 > 0$, то $\left(\dfrac{dP}{dq}\right)'' < 0$ и в точке $q = q^*$ достигается максимум функции $P(q,W)$.

Подставляем выражение для q^* из (5) в (4) и получаем выражение для W (W^*), соответствующее максимуму функции $P(q, W)$:

$$W^* = W(q^*) = \frac{mV}{2(m-1-k)};$$

Рассмотрим теперь критерий (2). Подставляем в него найденное значение $q = q^*$ и получаем:

$$P(V) = \frac{mb(V)}{2} \times \frac{mV}{2(m-1-k)} - b(V)V = \left[\frac{m^2}{4(m-1-k)} - 1\right]b(V)V \to \max_{V}$$

Функция $b(V)$ как и ранее задается соотношениями (1):

$$b(V) = \begin{cases} \dfrac{b_1 - b_0V_1}{1-V_1} + \dfrac{b_0 - b_1}{1-V_1}V, \ 1 \le V \le V_1 & (a) \\ b_1, \ V > V_1 & (б) \end{cases}$$

Рассмотрим сначала случай (*б*).

В этом случае функция $P(V)$ является линейной по V и имеет следующий вид: $P(V) = \left[\dfrac{m^2}{4(m-1-k)} - 1\right]b_1V$.

Максимум $P(V)$ достигается при максимально возможном значении V, в нашем случае при $V = V_0$: $P(V_0) = \left[\dfrac{m^2}{4(m-1-k)} - 1\right]b_1V_0$.

Рассмотрим теперь случай (*а*).

$$P(V) = \left[\frac{m^2}{4(m-1-k)} - 1\right]\left\{\frac{b_1 - b_0V_1}{1-V_1} + \frac{b_0 - b_1}{1-V_1}V\right\}V$$

$$\frac{dP}{dV} = \left[\frac{m^2}{4(m-1-k)} - 1\right]\left\{\frac{b_1 - b_0V_1}{1-V_1} + 2\frac{b_0 - b_1}{1-V_1}V\right\} = 0,$$

откуда $V^* = \dfrac{b_0V_1 - b_1}{2(b_0 - b_1)}$.

Для выяснения достигается ли в точке $V = V^*$ максимум или минимум функции $P(V)$, необходимо определить знак второй производной $P(V)$ по V в точке $V = V^*$: $\left(\dfrac{dP}{dV}\right)'' = 2\left[\dfrac{m^2}{4(m-1-k)} - 1\right]\dfrac{b_0 - b_1}{1-V_1} = 0$.

Поскольку $b_0 > b_1$ и $V_1 > 1$ по смыслу задачи, то сомножитель $\dfrac{b_0 - b_1}{1-V_1} < 0$, и для выяснения знака второй производной необходимо определить знак сомножителя $\dfrac{m^2}{4(m-1-k)} - 1$, если он строго больше нуля, то в точке $V = V^*$ достигается максимум функции $P(V)$. Следует отметить, что для приведенных выше значений $m = 3.0$ и $k = 0.5$ этот сомножитель является положительным.

Допустим, что в точке $V = V^*$ достигается максимум функции $P(V)$, тогда для решения задачи («информированный покупатель») необходимо сравнить значения критерия $P(V)$ при $V = V_0$ и $V = V^*$: $P(V_0)$ и $P(V^*)$. То значение V, при котором критерий P будет иметь большее значение, и будет являться решением задачи.

Величина q^*, определяемая соотношением (4), и величина $V_{max} = \arg\max\{P(V_0), P(V^*)\}$ являются, соответственно, тем значением продажной цены дилера и объема дилерских закупок, которые максимизируют прибыль дилера и являются, соответственно, решением задачи, которая выше была обозначена как «модель информированного покупателя».