Поведение активного элемента в условиях простого конкурсного механизма распределения ресурса.

Маркотенко Е.В.
(Институт проблем управления РАН, Москва)

Введение

Задача распределения ресурса является одной из самых важных в управлении организационными системами. Ресурс в данном случае может представлять собой как сырье, финансы, энергию, так и любой другой вид продукции необходимой для работы проектов, между которыми он распределяется. Кроме того, что ресурс имеет некоторые характеристики как объект (объем, цена за единицу объема), существует такое свойство ресурса – его всегда не хватает на всех. Исходя из этого, можно сформулировать задачу оптимального распределения ресурса между проектами. В условия ограниченности количества ресурса совершенно ясно, что его получат не все желающие, а только наиболее «достойные». Задача сводится к выделению подмножества «достойных» из всего множества проектов. Для решения задачи необходимо определит набор критериев, на основании которых будет производиться отбор претендентов. Наиболее распространенными критериями являются объем необходимого ресурса R и эффект от его использования L (в частном случае прибыль Корпорации). Как удельный показатель может использоваться эффективность того или иного проекта:

$$Э = \frac{L}{R}.$$

Зачастую Корпорация не может знать ни одну из этих величин. Следовательно, необходимо, чтобы игроки представляющие проекты сообщали значения вышеуказанных величин. При этом распределение ресурса будет происходить на основании этих заявок. Совершенно ясно, что в этом случае заявки будут глубоко субъективны, и не будут отражать реальное положение вещей.

Для того, чтобы распределение ресурса было наиболее эффективным, необходимо реализовать такой механизм распределения ресурса, который побуждал бы Отделения к соревнованию за получение ресурса. Существует несколько принципиально отличных друг от друга механизмов распределения ресурса. Одним из наиболее эффективных является конкурсный механизм распределения ресурса. При неизменных параметрах финансируемых проектов решение задачи распределения ресурса путем конкурса может значительно меняться в зависимости от внешних и внутренних условий самого конкурса. Поэтому ниже кратко излагается материал о некоторых разновидностях конкурса.

1. Простой конкурсный механизм распределения ресурса.

Конкурсный механизм распределения ресурса в теории игр классифицируется, как неантагонистическая бескоалиционная игра.

Как и в любой игре, в конкурсе участники стараются максимизировать свои целевые функции. Игра является многоитерационной, т. е. игрок всегда может исправить свою ошибку и выбрать стратегию, обеспечивающую максимум целевой функции. Таким образом, для повышения эффективности распределения ресурса менеджеру (ПМ), распределяющему ресурс, необходимо условиями конкурса воздействовать на поведение игроков.

Конкурсы, в которых все победители получают заявленное количество ресурса, а остальные некоторую фиксированную величину, которая может быть равна нулю, называются *дискретными конкурсами* [1].

Конкурсы, в которых победители могут получать количество ресурса меньше заявленного, а остальные некоторую фиксированную величину, которая может быть равна нулю, называются *непрерывными конкурсами*.

Рассмотрим простой конкурсный механизм распределения ресурса [2].

Пусть у проекта предложенного i участником существует две внутренних характеристики: l_i^* -эффект и r_i - ресурс, необходимый для обеспечения эффекта. Игрок же, в зависимости от целевой функции, заявляет величины: l_i -эффект и s_i - ресурс. В процессе каждой итерации игры на основании заявок определяется удельный показатель эффективности $Э_i = \frac{l_i}{s_i}$ каждого из игроков. Затем игроки сортируются в порядке убывания эффективности.

Ресурс получают самые эффективные проекты. При этом победители конкурса получают заявленное количество ресурса. На этом итерация игры заканчивается. В качестве решения игры примем ситуацию равновесия Нэша.

Ниже будет рассмотрен простой непрерывный конкурсный механизм. Тогда в конкурсе возможна ситуация, когда последний победитель получает ресурс не полностью, а частично. В этом случае, эффект l_i уменьшается пропорционально получаемому ресурсу.

1.1 ИГРА НА ЗАЯВКАХ ПО РЕСУРСУ

Итак, как было сказано выше, одной из разновидностей конкурсной игры является игра на заявках по ресурсу. Рассмотрим случай с возможностью частичного получения ресурса одним из победителей. Поскольку, игра является многоитерационной, то в ситуации равновесия победители выстроятся по одному значению эффективности [1]. Главный вопрос заключается в том, от чего зависит равновесная эффективность.

Лемма: В конкурсной игре на заявках на ресурс, при возможности частичного получения ресурса, равновесная эффективность будет равняться эффективности участника, последнего вошедшего в число победителей.

Доказательство:

Целевая функция i –того игрока при игре на заявках на ресурс выглядит следующим образом: $P_i = s_i - r_i$

Пусть игра находится в ситуации равновесия по Нэшу. Множество игроков X можно разделить на три подмножества:

- X1 – множество игроков-победителей, которые получили полностью то, что заявили (исключая последнего победившего) .
- X2 – множество проигравших игроков.
- m – игрок, последний вошедший в число победителей. Пусть эффективность игрока m выше эффективности самого эффективного игрока из X2.

Рассмотрим поведение игроков, каждого из множеств.

Игроки из множества X1 стремятся максимизировать свои целевые функции увеличивая заявку на ресурс, до тех пор пока их эффективность не станет равна эффективности, ниже которой только проигрыш. Очевидно, эта эффективность будет равна эффективности самого эффективного игрока, которому будет не выгодно далее завышать заявку s_i. Это может быть либо самый эффективный игрок из множества X2, либо игрок m.

Игроки из множества X2 будут сообщать $s_i = r_i$, с целью попасть в число победителей.

Самым важным для игры является, то, как поведет себя игрок m. Нужно понять, выгодно ли ему повышать заявку на ресурс, тем самым занижать эффективность. Естественно, что игрок будет стремиться получить как можно больше ресурса. Здесь возможны два варианта событий:

а) В ситуации равновесия игрок m получает ресурс полностью. Ясно, что в следующей итерации игры он завысит заявку на ресурс, в стремлении увеличить свою выгоду. Следовательно сразу все игроки из X1 завысят заявки на ресурс. Это означает, что игрок m получит ресурса еще меньше, и может совсем ничего не получить. В следующей итерации он снова понизит заявку на ресурс и получит то, что просит. Естественно игрок m не будет повышать заявку на ресурс. А занижать он ее не станет, потому что если он ее занизит, то получит то, что просит. То есть строго меньше, чем в равновесии.

б) В ситуации равновесия игрок m получает ресурс не полностью. Естественно, для увеличения выгоды, он будет понижать заявку, повышая тем самым эффективность. За ним повысятся эффективности игроков из X1.Понижать заявку на ресурс он станет до тех пор пока не получит требуемый ресурс полностью, либо пока сможет ее понижать, т.е. до состояния, когда $s_i = r_i$.

В обоих случаях игроки из множества X1 в своих эффективностях равняются на эффективность игрока m. Что и требовалось доказать.

1.2 ИГРА НА ЗАЯВКАХ ПО ЭФФЕКТУ

Второй тип конкурсной игры – игра на заявках по эффекту от использования ресурса. При исходных данных, обозначенных в первом типе игры, игра на заявках по эффекту имеет иную точку равновесия.

Лемма: В конкурсной игре на заявках по эффекту, при возможности частичного получения ресурса, равновесная эффективность будет равняться эффективности участника, первого не вошедшего в число победителей.

Доказательство:

Целевая функция i –того игрока при игре на заявках на ресурс выглядит следующим образом: $P_i = l_i^* - l_i$, где l_i^* - максимальный эффект от использования ресурса r_i, а l_i - заявляемый эффект.

Пусть игра находится в ситуации равновесия по Нэшу. Множество игроков X можно разделить на три подмножества:

- X1 – множество игроков-победителей, которые получили полностью то, что заявили (исключая последнего победившего) .
- X2 – множество проигравших игроков.
- m – игрок, последний вошедший в число победителей. Пусть эффективность игрока m выше эффективности самого эффективного игрока из X2.

Рассмотрим поведение игроков, каждого из множеств.

Игроки из множества X1 стремятся максимизировать свои целевые функции уменьшая заявку на ресурс, до тех пор пока их эффективность не станет равна эффективности, ниже которой только проигрыш. Очевидно, эта эффективность будет равна эффективности самого эффективного игрока, которому будет не выгодно далее понижать заявку l_i. Это может быть либо самый эффективный игрок из множества X2, либо игрок m.

Игроки из множества X2 будут сообщать $s_i = r_i$, с целью попасть в число победителей.

Как и в предыдущем виде игры, здесь возможны два варианта событий:

а) В ситуации равновесия игрок m получает ресурс полностью. Ясно, что в следующей итерации игры он понизит заявку по эффекту, в стремлении увеличить свою выгоду. Следовательно сразу все игроки из X1 понизят заявки по эффекту. В следующей итерации игры, если его эффективность больше эффективности самого эффективного игрока из X2, он снова понизит заявляемый эффект. И так будет до тех пор, пока эти эффективности не сравняются. Ясно, что игроки из X1 будут , так же понижать свои заявки.

б) В ситуации равновесия игрок m получает ресурс не полностью. Поскольку увеличение заявки игрока m не увеличит получаемый ресурс, то он будет уменьшать свою заявку. И ситуация из пункта а) повторится в точности.

В обоих случаях игроки из множества X1 и игрок m в своих эффективностях равняются на эффективность лучшего игрока из X2. Что и требовалось доказать [3].

1.3 СМЕШАННАЯ ИГРА

В общем случае при участии в конкурсе игрок может играть одновременно на обеих заявках. При этом его целевая функция будет иметь следующий вид: $P_i = l_i^* - l_i + k(s_i - r_i)$, где k-это некоторый коэффициент перевода выигранного ресурса в единицы эффекта. На пример, если эффект выражается в виде денег, тогда k-цена, за которую игрок сможет продать дополнительно получаемый ресурс, иначе говоря, k- удельная прибыль на единицу ресурса. В зависимости от условий складывающихся в конкурсе и от внутренних параметров проекта, каждый игрок принимает решение о том каким образом ему играть.

Поскольку, как выше было показано, игра на заявках по ресурсу является более эффективной для Центра, то попробуем показать при каких условиях игроку будет предпочтительнее играть на заявках по ресурсу, и при каких – на заявках по эффекту.

Пусть в условиях смешанной конкурсной игры в итоге определяется некоторая равновесная эффективность Э.

Рассмотрим два различных случая:

- Игрок в итоге принимает решение играть на заявке по эффекту. $P_i = l_i^* - l_i = l_i^* - Э * r_i$.
- Игрок принимает решение играть на заявке по ресурсу

$$P_i = ks_i - kr_i = k\frac{l_i^*}{Э} - kr_i$$

Для того, чтобы определить при каких условиях для игрока выгоден второй вариант нужно рассмотреть следующее неравенство:

$$k\frac{l_i^*}{Э} - kr_i > l_i^* - Э * r_i \Rightarrow \frac{k}{Э}(l_i^* - Э * r_i) > l_i^* - Э * r_i$$

Это неравенство можно преобразовать в нижеследующее при соблюдении условия $l_i^* - Э * r_i \geq 0$, что является для игрока нормальным ограничением, и не соблюдается только, если $l_i^* < Э * r_i$ и может только тогда, когда игрок не попал в число победителей, даже заявив правду.

$$\frac{k}{Э} > 1 \Rightarrow k > Э$$

Это может означать следующее:

Если дополнительный ресурс, выигранный игроком в процессе конкурса, игрок может в жизни реализовать по удельной прибыли, величина которой больше равновесной эффективности установившейся в конкурсе $k > Э$, то игроку выгоднее играть на заявке по ресурсу. Что более предпочтительно и для Центра.

Если $k < Э$, то игроку выгоднее играть на заявке по эффекту.

Если же $k = Э$, то игроку становится все равно, на какой заявке играть. Если принять во внимание гипотезу о благожелательности или неблагожелательности, то можно предположить, что игрок в условиях смешанного конкурса выберет в итоге одну из двух чистых стратегий соответственно.

2. Заключение

При игре в чистых стратегиях: только на заявках по ресурсу или только на заявках по эффекту, эти стратегии должны быть обусловлены внешними факторами, например дополнительными условиями самого конкурса. В этом случае можно сделать вывод о том, что конкурсный механизм в условиях игры на заявках по ресурсу является более эффективным по отношению к конкурсу при игре на заявках по эффекту. Эффективность конкурса во втором случае может быть сколь угодно мала, что делает этот тип конкурса сравнимым по эффективности с дискретными простыми конкурсами.

Для описания поведения игрока в общем случае, случае смешанной игры, необходимо рассмотреть некоторые предположения о внутренних параметрах самого игрока. Во-первых, как было сказано выше, игрок представляет свой проект, у которого реальные его характеристики равны: l_i^*-эффект и r_i- ресурс. Рассмотрим два возможных случая.

а) Если сделать предположение о том, что дополнительно получаемый за счет увеличения заявки s_i ресурс, игрок может реализовать с удельной прибылью равной реальной эффективности проекта $k_i = \frac{l_i^*}{r_i}$, то, в общем случае, ему выгодно будет играть на заявках по эффекту только, если $k_i = \frac{l_i^*}{r_i} = Э$. А это возможно когда игрок либо попал в число проигравших, либо стал последним из числа победителей. Ни в том, ни в другом случае он не будет играть на заявках, т.к. в первом случае он будет стремиться попасть в число победителей. А во втором, он будет рассчитывать на худший случай поведения остальных победителей, который заключается в том, что хотя бы одному победителю будет выгодно играть на заявках на ресурс. И следовательно, если он занизит свою заявленную эффективность, то в следующем этапе игры получит еще меньше ресурса, либо не получит его совсем.

Это означает, что в любом случае игроку будет выгоднее играть на заявках по ресурсу.

б) Если же получаемый за счет увеличения заявки s_i ресурс, игрок может реализовать с удельной прибылью, значение которой меньше реальной эффективности проекта $k_i = \frac{l_i^*}{r_i}$, то:

- если $k_i > Э$, то игрок будет завышать заявку по ресурсу;
- если $k_i < Э$, то игрок занижать заявку по эффекту;
- если $k_i = Э$, то, в зависимости от ситуации, игрок склонится к какой-либо чистой стратегии;

Как это было описано для случая смешанной игры.

С точки зрения Центра, распределяющего ресурс, для повышения гарантированной эффективности конкурса в реальной жизни, желательно либо не допускать возможности игры на заявках по эффекту путем внешних ограничений, либо отбирать для участия в конкурсе множество более «сильных» игроков.

Литература

1. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Как управлять проектами* / М.: СИНТЕГ-ГЕО, 1997. –188 с.
2. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Введение в Теорию Активных Систем* / М.: ИПУ РАН, 1996. –124 с.
3. МАРКОТЕНКО Е.В. *Методы финансирования проектов на основе конкурсного механизма* / Сборник докладов Международного конгресса “СОВНЕТ-99”. М.: 1999. С. 256-260.