О МОДЕЛИРОВАНИИ БАНКОВ С РАЗНЫМ ПЕРИОДОМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ.

Искаков М.Б.

(Институт проблем управления РАН, Москва)

Введение

Статья посвящена одному из новых приложений ТАС – применению моделей и методов теории к описанию банковской сферы и решению возникающих там задач. На сегодняшний день в банковской практике применяются различные математические методы [1,3,4,5]. Наиболее часто решаемая задача – составление оптимального портфеля активов, то есть распределение ресурсов по различным статьям (без учета активности систем), с различными ограничениями, сводящаяся к задачам линейного программирования. При определении банковской стратегии часто встают вопросы прогнозирования, которые разрешаются различными методами, часто при помощи анализа временных рядов, построения трендов и корреляционных зависимостей. Существует разработанная система моделей финансовых операций в условиях неопределенности, оценки рисков и способов их уменьшения, опирающаяся на теорию вероятностей, случайных процессов и математическую статистику [4].

Почти во всех случаях активность субъектов, с которыми сталкивается банк в ходе своей деятельности, специально не учитывается, они рассматриваются как внешняя среда с некоторым сложным вероятностным поведением. Рассмотрение активности участников производится лишь при решении некоторых задач, которые по отношению к банковской деятельности являются частными специфическими операциями (модели торгов, модели финансового рынка [4], и другие).

При анализе деятельности банков с позиций ТАС очевидно, что они в своей работе сталкиваются с множеством различных субъектов, большей частью им не подчиненных: вкладчиками, заемщиками, конкурирующими банками, собственными отделами

и филиалами. От их активного поведения, согласованности действий и интересов, всецело зависит успех деятельности банка. Из всего разнообразия активных систем для построения модели были выбраны взаимоотношения двух банков и вкладчиков. Банки конкурируют друг с другом за привлечение денег вкладчиков в течение нескольких периодов функционирования. Исходной моделью для описания этой ситуации была взята динамическая задача, описанная в [2].

1. Постановка задачи для случая постоянных ресурсов

Имеются два банка, привлекающие средства вкладчиков под процент h и размещающие их под процент m, получающие прибыль от их разницы. Банки функционируют в течение промежутка времени, состоящего из T малых периодов. Один из них определяет процент $h_1(t)$ на каждый малый период $t=1,...,T$ ("первый" банк), другой – на весь длинный период h_2 ("второй" банк). Проценты, под которые размещаются средства, не зависят от воли банков и изменяются во времени – $m_1(t)$, $m_2(t)$, соответственно для первого и второго банков, t – номер малого периода.

Ограничения*:* $h_1(t)$, h_2 ³ h_0 ³ 0, $m_1(t)–h_1(t)$ ³ m_{01} ³ 0, $m_2(t)–h_2$ ³ m_{02} ³ 0, то есть имеются минимальные уровни доходности для всех участников. При первом рассмотрении положим эти уровни равными нулю.

Имеется множество вкладчиков $j=1,...,N$, x_i – сумма в распоряжении j-го вкладчика, $Sx_j=X$ – общая сумма вкладов. Вкладчик выбирает, в какой из двух банков положить свои деньги.

Целевая функция первого банка:

$$(1)\quad C_1 = X_1 \Big(\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T} (1+m_1(i))\, (m_1(t) - h_1(t))$$

где $m_1(t)$ – параметр внешней среды, известный банку, $h_1(t)$ – определяется им самим, X_1 – та сумма средств, которую ему удастся привлечь.

Целевая функция второго банка:

$$(2)\quad C_1 = X_2\,\Big(\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}\ (1+m_1(i))\,(m_2(t)-h_2)\Big)$$

где $m_2(t)$ – параметр внешней среды, h_2 – определяется банком, X_2 – сумма привлеченных средств.

Целевая функция вкладчика:

$$(3)\quad C_3 = x_i\,\Big(I\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}\ (1+h_1(i))\,h_1(t) + (1-I)\,((1+h_2)^{T-t}-1)\Big)$$

где вкладчику известны $h_1(t)$, h_2, а сам он определяет $I\in\{0,1\}$ (выбирает между двумя банками). Предполагается, что первый банк определяет свою политику $h_1(t)$ заранее на все малые периоды и сообщает ее вкладчикам.

Коэффициенты $\prod_{i=t+1}^{T}(1+m_1(i))$, $\prod_{i=t+1}^{T}(1+h_1(i))$ в целевых функциях означают, что в соответствии с принципом сложных процентов доход, полученный в каком либо малом периоде, снова вкладывается до конца большого периода, и на него тоже начисляются проценты.

Требуется найти стратегии участников $h_1(t)$, h_2, I, и значения их целевых функций.

Кроме основной, центральной постановки задачи рассматриваются несколько ее модификаций:

1. Как изменится решение задачи, если разрешить вкладчику снять вклад досрочно (с различными штрафными санкциями).
2. Исследовать случай, когда m известны не точно, а как интервал, в который они попадают $m_{min} < m < m_{max}$.
3. Исследовать поведение решения в зависимости от значений уровней h_0, m_{01}, m_{02}, при первом рассмотрении их можно положить равными нулю, а после общий случай.
4. Если второму банку предложить в качестве альтернативной стратегии возможность полностью перейти на условия функционирования первого банка с разделением всего объема привлекаемых средств без конкуренции, например, пополам, при каких условиях это ему выгодно?

5. В основной постановке задачи предполагается, что первый банк и вкладчик при определении своей стратегии максимизируют свою целевую функцию на всем длинном периоде времени. Как изменится ситуация, если они будут руководствоваться результатами только текущего малого периода?

2. Решение задачи для случая постоянных ресурсов

Если допустить, что $m_1(t)=m_2(t)=m(t)$, то второй банк может конкурировать с первым только в тех периодах, в которых $m(t)=m_{min}$, с нулевой прибылью при стратегии $h_2=m_{min}$. Но естественней предположить, что долгосрочные вложения должны приносить более высокие проценты, чем краткосрочные, т.е. $m_2(t)>m_1(t)$.

Так как вклады у нас в модели все одинаковые и условия для них равные, то переливаться из банка в банк они будут все вместе, и тот из банков, который предложит вкладчику наилучшие условия, станет монополистом по привлечению средств. Посмотрим, какой процент должен предложить второй банк, чтобы перехватить все вклады.

Если вкладчик не может изъять вклад в любой момент (основной случай), то для процента, выплачиваемого вкладчику банком с неизменной политикой, привлекающим вклад на T периодов, чтобы не допустить отлива вкладов, должно выполняться условие:

$$(4)\quad (1+h_2)^{T}\ 3\ \prod_{i=1}^{T}(1+m_1(i))$$

$$(5)\quad h_2 = \sqrt[T]{\prod_{i=1}^{T}(1+m_1(i))} - 1 + e$$

где e - малая величина.

(Вообще, постоянный сложный процент эквивалентный переменному, будет средним геометрическим.) Условие (5) всегда дает преимущество второму банку.

Если допустить возможность досрочного изъятия вклада без штрафа, то

$$(6)\quad h_2 = max_t(m_1(t)) + e$$

Условие (6) можно ослабить, если в определяемую политику банка заложить не постоянную, а переменную $h = h_2(t)$.

(6) дает преимущество второму банку, если

$$(7)\quad (1 + max_t(m_1(t)))^T \leq \prod_{i=1}^{T} (1+m_2(i))$$

В противном случае, если считать, что отлив вкладов, уже вложенных в долговременные активы, приносит банку неприемлемый убыток, преимущество имеет первый банк.

Пусть вкладчик может изъять свои средства с долгосрочного счета, но после этого не может их обратно вложить под те же проценты, тогда

$$(8)\quad j = 1...T:\ (1 + h_2)^{T-j+1} \geq \prod_{i=j}^{T} (1+m_1(i))$$

$$(9)\quad h_2 = max_{j=1...T} \sqrt[T]{\prod_{i=1}^{T}(1+ m_1(i))} - 1 + e$$

В этом выражении уровень h_2 больше, чем в (6), но меньше, чем в (5); при возрастающем μ_1(i) он эквивалентен (6), а при убывающем – (5).

Если же вкладчик может изъять свои средства, лишь потеряв при этом все проценты, то

$$(10)\quad j = 1...T:\ (1 + h_2)^T \geq \prod_{i=1}^{T} (1+m_1(i))$$

что эквивалентно (5) для случая полной предсказуемости.

2.2. СЛУЧАЙ ИНТЕРВАЛЬНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Если m известно не точно, то можно сделать оценки $m_{min} < m < m_{max}$, и (по методу гарантированного результата) оценивать μ_1(t) по максимуму, а $m_2(t)$ по минимуму. Так как ошибка при определении μ_1(t) может обойтись дороже, чем в случае с $m_2(t)$, то банковская ставка h_2 в (6) определяется из максимума, а при определенном проценте по вкладам наихудшим случаем становится реализация минимальных значений m. При этом, чем больше неопределенность, чем шире разброс между максимумом и минимумом, тем большую выгоду имеет первый банк.

Пусть $m_1(t)$ – уровень, реализующийся в действительности, $m_1\tilde{}(t)$ – прогнозная оценка, $m_1(t) + 1 = k(t)\ (m_1\tilde{}(t) + 1)$, где $k(t)$ – поправочный коэффициент. Тогда для удержания вкладов при растущем по времени k(t) должно выполняться (в случае, когда изъятие средств возможно только с потерей процентов):

$$(11)\quad j=1...T:\ \prod_{i=1}^{T} (1+ m_1\tilde{}(t)) > \prod_{i=j}^{T} (1+ m_1\tilde{}(t))\, k(j)$$

$$(12)\quad \prod_{i=1}^{T} (1+ m_1\tilde{}(t)) > k(j)^{T-j+1}$$

Если в j-м периоде произошло резкое непредвиденное колебание $k(j)$, то по этой формуле можно оценить, произойдет ли отлив вкладов. Можно брать оценку k_{max} вместо m_{max}.

При убывающем $k(t)$ для сохранения доходности банка должно выполняться

$$(13)\quad \prod_{i=1}^{T} (1+ m_1\tilde{}(t)) < \prod_{i=1}^{T} (1+ m_2\tilde{}(t))\, k(t)$$

Здесь $k(t)$ оценивается по минимуму.

В случае, когда реальные $m(t)$ выходят за пределы оценок, то в контракте с вкладчиком (депозитном договоре) можно предусмотреть пересмотр договора при таких обстоятельствах (условный вклад).

2.3. СЛУЧАЙ ВОЗМОЖНОСТИ РАЗДЕЛА ВКЛАДОВ

Теперь допустим, что второй банк может либо стать монополистом, либо предложить вкладчику те же условия, что и первый и разделить с ним общую сумму вкладов пополам. Определим, при каких условиях это ему выгодно. В первом ("монополистическом") случае прибыль второго банка составит:

$$(14)\quad X\ (\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T} (1+m_1(i))\ (m_2(t) - (\sqrt[T]{\prod_{j=1}^{T}(1+ m_1(j))} - 1))$$

(смотри формулу целевой функции и (5)), во втором (раздел вкладов):

$$(15)\quad X/2\ \left(\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}\ (1+m_1(i))\ m_1(t)\right)$$

Сравнивая два варианта, выбираем наилучший. Т.е. здесь мы сравниваем с одной стороны разность между доходностью долгосрочных вложений и среднегеометрической доходностью краткосрочных, с другой – долю (половину) доходности краткосрочных вложений.

2.4. РАССМОТРЕНИЕ МИНИМАЛЬНЫХ УРОВНЕЙ

Теперь рассмотрим ограничения $h > h_0$, $m - h > m_0$, где h_0 – минимальный процент, под который вкладчик соглашается давать средства, m_0 – доля средств, необходимая для поддержания инфраструктуры банка. Если обозначить $m^*(t)=m(t)–m_0–h_0$, $h^*(t)=h(t)–h_0$, то задача сводится к предыдущей, с той особенностью, что соотношение между $m_1^*(t)$ и $m_2^*(t)$ может оказаться не в пользу второго банка. Посмотрим, когда это происходит.

Естественно, что $m_{02} \geq m_{01}$. Чтобы второй банк мог стать монополистом по привлечению вкладов, должно выполняться условие:

$$(16)\quad (1+h_2^*)^T > \prod_{t=1}^{T}\ (1+ m_1^*(t))$$

При этом второй банк не должен быть убыточным:

$$(17)\quad \prod_{t=1}^{T}\ (1+ m_2^*(t) - h_2^*) > 1$$

Из двух предыдущих равенств:

$$(18)\quad \prod_{t=1}^{T}\ \left(1+ m_2^*(t) - \sqrt[T]{\prod_{j=1}^{T}(1+m_1(j))}\ + 1\right) > 1$$

То есть, в случае учета банковских затрат, для сохранения монопольного преимущества второго банка по привлечению средств необходимо и достаточно, чтобы после вычета из доходности долгосрочных вложений среднего геометрического коротких вложений, остаток оставался положительным. Докажем это. Если последнее неравенство выполняется, то банк может подобрать ставку h_2^* , обеспечивающую ему монопольное положение (необходимость). Если допустить, что оно не выполняется, то банк не может предложить ставку h_2^* достаточно высокую, чтобы сохранить монополию и при этом не стать убыточным на всем длинном периоде (достаточность).

Более сильное, но более простое условие: $m_1^*(t) - m_2^*(t) > Dm_0$, для всех t.

2.5. СЛУЧАЙ «БЛИЗОРУКОЙ» ПОЛИТИКИ ПЕРВОГО БАНКА И ВКЛАДЧИКА

Рассмотрим еще один вариант: пусть первый банк и вкладчик не заглядывают далеко вперед, а строят свою политику на один малый период, но $m_1(t)$ известны для всех предстоящих t.

Тогда целевая функция для первого банка будет:

$$(19)\quad C_1 = X_1\ (m_1(t) - h_1(t))$$

для вкладчика:

$$(20)\quad C_3 = x_i\ (I\ h_1(t) + (1 - I)\ h_2\ )$$

для второго банка останется прежней.

Найдем стратегию "монополиста" для второго банка в этом случае. Граница снизу для h_2 : $(1+h_2)^T > 1+m_1(t)$ для всех t=1,...,T,

$$(21)\quad h_2 > max_t\ (\sqrt[t]{1+ m_1(t)} - 1)$$

Граница сверху задается:

$$(22)\quad \prod_{t=1}^{T}\ (1+m_1(t)–h_2) > 1$$

Искомая ставка будет соответствовать нижней границе, если выполняется условие верхней (если не выполняется, то второй банк теряет свою монополию).

В этом варианте существенным является поведение $m_1(t)$, $m_2(t)$ по времени (стабильное, растет, убывает).

Если $m_1(t)$ стабильно, то значение целевой функции второго банка останется таким же, как и в случае длительной стратегии первого банка и вкладчика.

Если $m(t)$ растет, например, в геометрической прогрессии: $m_1(t+1)=(1+k)m_1(t)$, тогда $h_2 = min\ \{m_1(1),k\}$, то есть ситуация для второго банка существенно более выгодная (как и вообще в случае $m_1(t)> m_1(1)$).

Если $m(t)$ убывает, то ситуация для второго банка менее выгодная, чем при более дальновидной стратегии конкурента и вкладчика, может даже возникнуть случай, когда значение ставки $h_2 = m_1(1)$ выйдет за верхнее ограничение, и тогда преимущество в борьбе за вклады будет иметь первый банк.

3. Постановка задачи для случая изменяющихся ресурсов

Недостатком построенной модели является то, что множество вкладов никак не дифференцировано, при изменении условий вклады переливаются из одного банка в другой все вместе. Введем новое усложнение модели, а именно в целевую функцию вкладчика. Мы предполагали, что клиента банка интересуют только проценты, но, кроме того, у каждого вкладчика имеется потребность в использовании вложенных денег как средств платежа. То есть, если клиент i сделал вклад в размере x_i, то у него имеется ступенчатая функция $j_i(t)$ потребности в этих деньгах для оплаты своих нужд, возрастающая от 0 до x_i. Тогда целевая функция вкладчика заключается в максимизации дохода при условии выполнения графика изъятия денег, задаваемого $j_i(t)$.

Новая модель:

$y_i(t)$ – функция доходов i-го вкладчика в течение всех периодов от 0 до t;

$j_i(t)$ – функция трат i-го вкладчика в течение всех периодов от 0 до t;

$x_i(t) = y_i(t-1) - j_i(t)$ – функция свободных средств вкладчика в периоде t.

Рассмотрим, как распределяются средства двух банков, первого (1 период) и второго (T периодов). Обозначим $x_{i\ min} = min_t\ x_i(t)$. $x_i(t) - x_{i\ min}$ вкладчик может вложить только в первый банк; за $x_{i\ min}$ будет идти конкуренция между двумя банками.

Обозначим:

$$(23)\quad X(t) = \sum_i x_i(t),\ X'_{min} = \sum_i x_{i\ min},\ X''_{min} = min_{t=1\ldots T}\, X(t).$$

Если первый банк привлек средства в сумме $(X(t) - X'_{min})$, то вложить в долгосрочные вложения из них он может сумму $(X''_{min} - X'_{min})$, в краткосрочные – $(X(t) - X''_{min})$ (мы предполагаем сейчас, в данной модели, что все абсолютно предсказуемо).

Введем целевые функции, для первого банка:

$$(23)\quad C_1 = \sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}(1+m_1(i))\,[(X(t) - X''_{min})\,(m_1(t) - h_1(t)) +$$
$$+ (X''_{min} - X'_{min})\,(m_2(t) - h_1(t)) + I\,X'_{min}\,(m_2(t) - h_1(t))]$$

Для второго банка:

$$(24)\quad C_2 = \sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}(1+m_1(i))\,(1- I)\,X'_{min}\,(m_2(t) - h_2)$$

Для вкладчика:

$$(25)\quad C_3 = (x_i(t) - x_{i\ min})\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}(1+h_1(i))\,h_1(t) +$$
$$+ I\,x_{i\ min}\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}(1+h_1(i))\,h_1(t) + (1 - I)\,x_{i\ min}\,((1+h_2)^{T-t} - 1)$$

Требуется найти стратегии, которые выберут участники.

Рассматриваются случай интервальной неопределенности, зависимость решения задачи от минимальных уровней h_0, m_{01}, m_{02}.

Модифицированный вариант задачи: второй банк предлагает вкладчику альтернативную возможность вложения средств на короткие периоды и конкурирует с первым за них.

4. Решение задачи для случая изменяющихся ресурсов

Оценим ставку, при которой первому банку еще выгодно перехватывать вкладчиков второго. Пусть $h_1(t) = h_0(t) + h'$.

Выгода от возможного перехвата:

$$(26)\quad \sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}(1+m_1(i))\,X'_{min}\,(m_2(t) - h_0(t) - h')$$

Убыток от повышения процента:

(27) $\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}(1+m_1(i))\,(X(t)-X'_{min})\,h'$

Отсюда находим критический уровень:

(28)

$$h_{кр}=\Big[\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}(1+m_1(i))X'_{min}(m_2(t)-h_0(t)\Big] \Big/ \Big[\sum_{t=1}^{T}\prod_{i=t+1}^{T}(1+m_1(i))X(t)\Big]$$

То есть второму банку достаточно предложить $h_2(t) = h_0(t)+h_{кр}$ (или эквивалентный постоянный процент, среднее геометрическое, смотри замечание к (5)), чтобы сохранить свою долю вкладчиков.

Целевая функция первого банка достигает наибольшего значения при $\eta_1(t)=\eta_0(t)$, банк платит вкладчику по минимуму при отсутствии конкуренции за краткосрочные активы.

Если $X(t)$, X'_{min} известны не точно, а как интервал, в который они попадают, то по принципу гарантированного результата в последней формуле следует взять вместо X'_{min} – значение верхней границы, а для $X(t)$ – нижней.

Сравнивая полученный результат со случаем постоянных ресурсов, можно видеть, что острота конкуренции здесь зависит в основном не от уровней доходности долгосрочных и краткосрочных вложений, а от соотношения величин $X(t)$ (всех привлекаемых средств) и X'_{min} (средств привлекаемых первым банком). Количество средств первого банка вкладываемых в долгосрочные вложения X''_{min} влияют на его доходность, но не на $h_{кр}$. Это происходит потому, что, дифференцировав множество привлекаемых средств, мы разрешили первому банку вкладывать часть их в долгосрочные более выгодные активы.

Введем в новую модель учет банковских затрат. Так же как и в предыдущей модели, определим размер требуемых затрат как постоянную долю от привлекаемых средств m_0 ($m_{02}>m_{01}$).

Если положим $m_2^*(t)=m_2(t)-m_{02}$, $m_1^*(t)=m_1(t)-m_{01}$, то рассмотрение идентично предыдущему, с исключением условия $m_2^*(t)>m_1^*(t)$, которое может нарушаться. При этом может оказаться, что

(29) $$\sqrt[T]{\prod_{j=1}^{T}(1+h_0(j)+h_{кр}^{*})} > \sqrt[T]{\prod_{j=1}^{T}(1+m_2^{*}(j))}$$

Тогда первый банк выигрывает конкуренцию с вторым за долгосрочные вклады. Из неравенства можно определить предельный допустимый уровень расходов второго банка.

Рассмотрим случай, когда второй банк открывает отдел привлечения краткосрочных средств, и начинает конкурировать с первым в этом секторе. Пусть при этом доля от привлекаемых средств, идущая на банковские расходы, остается для второго банка m_{02}, для короткого – m_0 ($m_{02}>m_{01}$). Краткосрочный отдел второго может поднимать проценты по вкладам, не становясь убыточным, до уровня $m_1(t)-m_{02}$, первый банк – до $m_1(t)-m_{01}$. Выигрывает соревнование первый банк, но доходность его уменьшается до постоянного уровня $m_{01}-m_{02}$.

5. Заключение

Рассмотренная модель намечает подходы к определению уровней процентных выплат по вкладам, позволяющих удерживать привлекаемые средства в долгосрочном секторе вложений. Данная задача решаема при достаточно естественных предположениях, которые выполняются в стабильной экономике. В рамках модели можно проинтерпретировать условия, сложившиеся в современной российской экономике, в области привлечения вкладов в банковский сектор.

Когда краткосрочные спекулятивные вложения дают большую прибыль, чем долгосрочные, с учетом рискованности последних, в условиях сильной инфляции и плохой предсказуемости общего состояния экономики и рынка, вкладчики будут хранить все сбережения только на краткосрочных счетах. В модели эта ситуация описывается изменением требования большей доходности долгосрочных вложений на противоположное: $m_2(t) < m_1(t)$. Такое положение соответствовало состоянию российского рынка до обвала пирамиды ГКО в августе 1998 года.

После кризиса в области банковских вкладов сложились другие условия. Уровень доходов активных операций банков низок настолько, что не может обеспечить выплату процентов, достаточно высоких для привлечения вкладчиков. Зачастую предлагаемые ставки не могут угнаться за инфляцией, и в реальных ценах ставки отрицательны. При этом наблюдается отлив вкладов, банки теряют свою сберегательную функцию, население предпочитает хранить деньги в долларах «в чулке». В рамках модели это соответствует низкому уровню m сравнительно с высоким уровнем h_0, который задается альтернативными способами вложений (например, в наличную валюту).

Предлагаемая модель – первая, еще очень абстрактная попытка описать проблему, и может пока отражать лишь общие качественные закономерности. Основные направления дальнейшего развития – большее приближение к реальности, которое позволит применить ее к задачам конкретной практики, а также введение в описание параметров неопределенности и риска.

Литература

1. Банковское дело: учебник. /Под ред. проф. В.И. Колесникова, проф. Л.П. Кроливецкой. – М.: Финансы и статистика, 1996. – 480 с.

2. Бурков В.Н., Новиков В.А. Как управлять проектами: Научно-практическое издание. Серия «Информатизация России на пороге XXI века». – М.: СИНТЕГ-ГЕО, 1997. – 188 с.

3. Винник А.А., Дранко О.И., Ириков В.А. Движение оборотного капитала. Подготовка и принятие решений по управлению активами и пассивами. – М. 1999 (Препринт/ Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова)

4. Малыхин В.И. Финансовая математика: Учеб. Пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999. – 247 с.

5. Э. Рид, Р. Коттер, Э. Гилл, Р. Смит. Коммерческие банки. Пер. с англ. Общ. ред. и вступительная статья д.э.н. В.М. Усоскина. М.: «Прогресс», 1983.