МЕХАНИЗМЫ ОТКРЫТОГО УПРАВЛЕНИЯ В ОБМЕННЫХ СХЕМАХ

Коргин Н.А.

(Московский физико-технический институт)

Рассматриваемая в данной статье задача уже затрагивалась в ранних публикациях. [1,3]. Рассматривалась схема обмена ресурсами между двумя игроками. Один из игроков является организатором обмена – оператором. Его задача – нахождение оптимального для него механизма обмена со вторым игроком (агентом). Проблема поиска оптимального механизма заключается в активном поведении агента, так как оператор обладает не полной информацией о параметрах агента, необходимых для обмена и полагается на оценки, сообщаемые агентом.

Приведем математическое описание данной модели, необходимое для построения оптимального механизма обмена. Оператор и агент имеют следующие целевые функции

(1) $j_0 = x_2 - cx_1$,

(2) $j_1 = kx_1 - x_2$,

где x_1 – количество ресурса, отдаваемое оператором, x_2 – количество ресурса, отдаваемое агентом, c – ценность для оператора ресурса агента относительно своего ресурса, k – ценность для агента своего ресурса относительно ресурса оператора. Оператор обладает ограниченным количеством своего ресурса R, а ресурс агента будем считать неограниченным. Оператору известна величина c и диапазон возможных значений k - $[a,b]$. Механизм переговоров построен следующим образом. Агент сообщает оператору оценку

$s \in [a,b]$ оценку k. Оператор определяет количество ресурса $x_1(s)$, которое он дает агенту и количество ресурса $x_2(s)$, которое он хочет получить от агента. В качестве критерия оптимальности возьмем относительный доход оператора – механизм обмена $[x_1(s),x_2(s)]$, построенный нами должен его максимизировать:

(3) $$m = \arg\max_{x_1,x_2}\min_{k}\frac{x_2 - cx_1}{(k-c)R}$$

Необходимо также наложить ограничения на параметры модели, продиктованные принципом индивидуальной рациональности – обмен состоится только при условии, что оба игрока не понесут от него убытки. В формульном виде данное ограничение можно, приравняв значение обеих целевых функций (1) и (2) нулю. Полученное ограничение выглядит следующим образом:

$$a \geq c$$

Решение данной задачи предлагается искать в классе механизмов открытого управления. Напомним, что доминантной стратегией игроков для механизмов открытого управления является сообщение достоверной информации о своих параметрах, т.е. механизмы являются неманипулируемыми. Для нас механизмы данного класса представляют интерес по той причине, что существует в теории активных систем теорема, что в системе центр – активный элемент для любого механизма найдется механизм открытого управлени не меньшей эффективности [3]. Опираясь на эту теорему, мы ограничиваем поиск оптимального механизма классом механизмов открытого управления.

В работе [1] подробно рассматривалось построение оптимального механизма для случая, когда агент мог сообщать дискретные оценки s. Поэтому я преведу лишь основные принципы построения механизма для дискретного случая, и более подробно останавлюсь на неприрывном случаии. Но в конце работы я также приведу мои результаты решения и для дискретного случая.

Для определения механизма открытого управления надо из множества возможных решений обмена $x=(x_1,x_2)$ выделить некоторое подмножество X, которое оператор сообщает агенту, и на этом множестве достигается максимум целевой функции агента при сообщении им истинного значения k. Поясним принцип построения данного подмножества. Положим $a_0= a$, $a_m= b$, $a_i=a + \Delta i$, $\overline{i=1,m}$ – разбиение отрезка $[a,b]$. Нижняя граница множества X собирается из отрезков прямых $x_2= a_i x_1 + \lambda_i$, $\lambda_0=0$. Рис.1 иллюстрирует построение множества X.

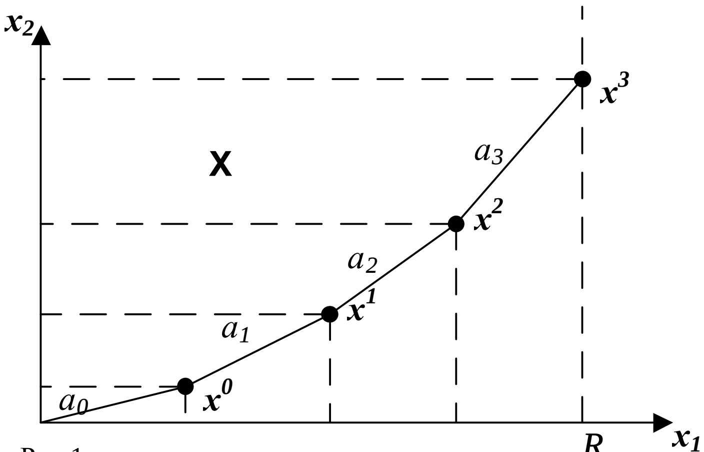

Рис.1

Максимум целевой функции агента $\varphi_1=a_i x_1 - x_2$ достигается в точке x^i, так как отрезок $[x^{i-1},x^i]$ имеет угловой коэффициент a_i.

Эффективность обмена в точке $x^i = (x_1^i,x_2^i)$ определяется выражением:

$$(4)\quad m_i = \frac{x_2^i - cx_1^i}{(a_i - c)R}$$

Гарантированная эффективность на всем интервале $[a,b]$ определяется как минимальная из μ_i. Следовательно максимум гарантированной эффективности будет достигаться, когда все μ_i будут равны между собой. На основании этих предположений в [1] была построена система уравнений и предложен вариант ее решения. Так же следует заметить, что из построения данного множества получается $x_1^0 = \mu R$.

Теперь перейдем к рассмотрению неприрывного случая. Устремляя m к бесконечности, мы получим неприрвную кривую, напоминающую экспоненту. А выражение (4), с учетом вышесказанного можно будет записать следующим образом:

$$(5)\quad m = \frac{j_0}{j'_0 R}, \text{ где}$$

$$\varphi_0' = (k - c)$$

Кроме того, исходя из графика, мы можем записать следующие краевые условия:

$$(6)\ \varphi_0(\mu) = (a - c)R\,\mu$$
$$(7)\ \varphi_0'(R) = (b - c)$$

Решив данную задачу (5) с условиями (6) и (7), можно записать построенный нами механизм открытого управления в следующем виде:

$$(8)\quad \begin{gathered} m(s) = \left[1 + \ln\left(\frac{s-c}{a-c}\right)\right]^{-1};\ m = m(b) \\ x_1 = \frac{m}{m(s)}R;\ \ x_2 = mR\left(s - c\left(1 - \frac{1}{\mu(s)}\right)\right) \end{gathered}$$

Запишем целевые функции оператора и агента:

$$j_0 = (s-c)mR$$

(9) $$j_1 = (\frac{k-c}{m(s)} - s + c)mR$$

Причем максимум целевой функции агента $\varphi_1(s)$ будет достигаться при сообщении им $s = k$. Перепишем полученные результаты с учетом этого факта

Задача решалась для дискретного и непрерывного случая. Построенный механизм отрытого управления является неманипулируемым . В дискретном случаи он имеет следующий вид:

$$m(s) = \left[1 + \ln(\frac{s-c}{a-c})\right]^{-1}; m = m(b)$$

(8*) $$x_1 = \frac{m}{m(k)}R;\ x_2 = mR(k - c(1 - \frac{1}{\mu(k)}))$$

$$j_0 = (k-c)mR$$

(9*) $$j_1 = (\frac{1}{m(s)} - 1)(k-c)mR$$

Как отмечалось выше, так же была данная задача решена и в дискретном случае. Механизм имеет тот же самый вид, за исключением:

$$m(a_s) = (1 + \sum_{h=s}^{n} \frac{\Delta}{a - c + \Delta h})^{-1}, \quad n = \frac{b-a}{\Delta}$$

$$m = (1 + \sum_{h=1}^{n} \frac{\Delta}{a - c + \Delta h})^{-1}$$

В дискретном случае принимаем за сообщение агента a_s

В данной статье был построен механизм открытого управления для обменной схемы между двумя игроками. Не очень сложный вид данного механизма позволяет его применять в дальнейших исследованиях. В данный момент ведется исследование механизма для случая многих агентов, а также введение дальнейших ограничений в условиях задачи. Так введение ограничений на количество ресурса у агента не приводит к существенным изменением вида механизма, за исключением того факта, что оператор должен работать не с ресурсом R а с ресурсом:

$$R = \min\ (R, \frac{R_2}{b}),$$

здесь R_2 – ресурс агента.

Так же перспективным направлением является исследование симметричной обменной схемы, с целью выяснения условий, при которых игроку выгодно стать оператором обмена, а при каких - агентом

Литература

1. Бурков В.Н., Зинченко В.Н., Сочнев С.В., Хулап Г.С. *Механизмы обмена в экономике переходного периода*. М.:ИПУ РАН, 1999.
2. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. *Механизмы функционирования организационных систем*. М.: Наука, 1981
3. Заруба В. Я. *Аналитическое проектирование мотивационных процедур планирования*. Харьков, БизнесИнформ, 1998