

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО СЦЕНАРИЯ ПОВЕДЕНИЯ ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Владиславлев П.Н.
(Институт проблем управления РАН, Москва)
vladislavlev@rambler.ru

Введение

В статье решаются задачи формирования базовой сети Петри, построения алгебры событий, инициирующих переходы сети (включая равносильные преобразования событий), разработки метода пометки позиций и переходов базовой сети Петри, формирования множества сценариев поведения системы и выбор среди них оптимального сценария.

1. Базовая сеть Петри

В базовой сети Петри [1] позиции $f_i \in F = \{f_1, \dots, f_m\}$ соответствуют операциям процесса, реализуемого в системе, а переходы $t_i \in T = \{t_1, \dots, t_m\}$ – событиям (фактам) смены операций. Позиции изображаются кружками, переходы – планками. От кружков к планкам и от планок к кружкам могут проводиться направленные дуги. В позицию f_i помещается маркер ($f_i = 1$) при выполнении соответствующей операции, маркеры могут перемещаться между позициями в результате «срабатывания» переходов. Если операция не активизирована, то позицию f_i оставляем пустой ($f_i = 0$). Размещение маркеров по позициям f_i определяет маркировку сети Петри, в базовой сети задается начальная и конечная (конечные) маркировки.

Пример базовой сети Петри с начальной маркировкой $f_1 = 1$ и конечной $f_8 = 1$ дан на рис.1.

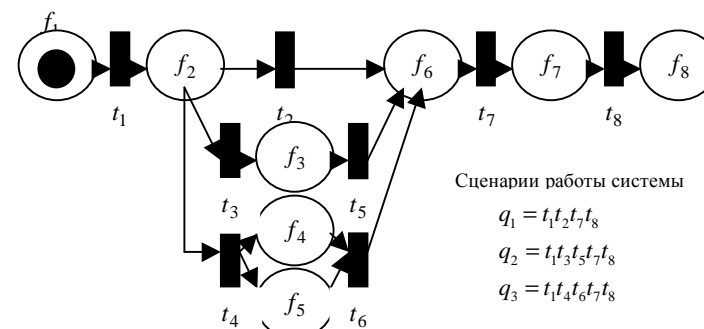


Рис. 1. Базовая сеть Петри

2. Алгебра событий

События будем выражать булевыми переменными $s_i, i \in \{1, \dots, l\}$, принимающими единичное значение в моменты τ_{s_i} наступления события и нулевое значение во все остальные моменты времени. Формулы событий строятся на базе выражений вида $x_1 (=, <, >) x_2$, называемых элементарными сравнениями, где x_1, x_2 – числовые переменные, одна из которых может быть константой. Элементарные сравнения связываются в формуле «событийными» отношениями, набор которых (установленный из опыта) приведен в табл.1.

В строках табл.1 для отношений И, ИЛИ, НЕ показано, что множества моментов наступления событий-результатов определяются соответственно пересечением, объединением и дополнением аналогичных множеств для исходных событий, $\{\tau\}$ – множество всех моментов на временной шкале. Отношения предшествования (следования) отображают ситуацию, когда текущий момент τ наступает одновременно или позже (раньше) момента наступления события s_i (моменты появления событий отмечены жирными точками). Отношение «Интервал» формирует отрезок временной шкалы $\{\tau\}$, ограниченный моментами

появления событий s_1 и s_2 , а отношение «Счет» – отрезок $\{\tau\}$, ограниченный моментами k -го и $k+1$ -го появления $s_i, k=1, \dots, p$. Наконец, отношение «Задержка» сдвигает момент появления s_i вправо по временной оси на ω единиц. Заметим, что набор базовых отношений (табл. 1) является открытым и может быть дополнен.

Таблица 1

Отношения на множестве событий

Наименование отношения	Формальное описание	Временной график
Логическая связка И (конъюнкция)	$s = s_1 \wedge s_2$ $\{\tau_s\} = \{\tau_{s_1}\} \cap \{\tau_{s_2}\}$	
Логическая связка ИЛИ (дизъюнкция)	$s = s_1 \vee s_2$ $\{\tau_s\} = \{\tau_{s_1}\} \cup \{\tau_{s_2}\}$	
Логическая связка НЕ (отрицание)	$s = \bar{s}_i$ $\{\tau_s\} = \{\tau\} \setminus \{\tau_{s_i}\}$	
Предшествование	$Q(s_i) : \tau_{s_i} \leq \tau$	
Следование	$R(s_i) : \tau_{s_i} > \tau$	
Интервал	$I(s_1 / s_2) :$ $(\tau_{s_1} \leq \tau) \wedge (\tau < \tau_{s_2})$ $= Q(s_1) \wedge R(s_2)$	

Наименование отношения	Формальное описание	Временной график
Счет	$N^k(s_i) :$ $(\tau_{s_i}^k \leq \tau) \wedge (\tau < \tau_{s_i}^{k+1})$	
Задержка	$D^\omega(s_i) :$ $\tau_D = \tau_{s_i} + \omega$	

Над формулами событий можно выполнять равносильные преобразования, приводящие к упрощению моделей поведения систем.

«Событийные» отношения, представленные в табл.1, будем интерпретировать как операторы, отображающие булевы переменные s_i входных событий в булеву переменную s выходного (результатирующего) события. Операторная формула – это выражение, полученное путем применения конечного числа раз к переменным s_i операторов $\wedge, \vee, \bar{}, Q, R, I, N, D$, согласно табл. 1.

Пример операторной формулы:

$$(1) s = (s_1 \vee I(s_1 / s_2) \wedge I(s_1 / s_3)) \wedge (s_2 \vee s_3)$$

3. Пометка позиций и переходов базовой сети Петри

Пометка позиций определяется таблицей (когнитивной картой – табл. 2), строки f_i которой соответствуют операциям, а столбцы y_j – показателям, которые изменяются при выполнении операций: уровням достижимости элементарных целей e_1, \dots, e_{N^*} , затратам финансового ресурса $z_{фин}$ и временного ресурса $z_{врем}$, т.е. $y_j \in \{e_1, \dots, e_{N^*}, z_{фин}, z_{врем}\}$. В работе принято, что показатели y_j изменяются (а именно, возрастают) линейно, для каждой операции f_i со своим коэффициентом линейности $\beta_{ij} \in [0,1]$, характеризующим скорость возрастания.

Таблица 2

Коэффициенты зависимости целевых и ресурсных показателей от продолжительности операций

e_j	e_1	e_2	e_3	e_4	$z_{фин}$	$z_{врем}$
f_i						
f_1	+0.5	+1.0	+0.3	+1.0	+0.5	+0.4
f_2	+0.5	+0.1	+0.6	+0.3	+0.5	+0.3
f_3		+0.2			+0.1	+0.1
f_4	+0.65	+0.7	+0.6	+0.9	+0.6	+0.5
f_5	+0.65	+0.7	+0.6	+0.9	+0.6	+0.5
f_6		+0.1			+0.1	+0.1
f_7		+0.1			+0.1	+0.1
f_8		+0.1			+0.1	+0.1

На пересечении строки f_i и столбца y_j таблицы проставляется значение коэффициента β_{ij} , задаваемое экспертом.

Переходы базовой сети Петри помечаются формулами алгебры событий (раздел 2) на основе метода, исходящего из сопоставления каждого сценария работы системы последовательности переходов на базовой сети Петри, ведущей из ее начальной маркировки в конечную маркировку.

Например для базовой сети на рис. 1 имеем три сценария: $q_1 = t_1 t_2 t_7 t_8$, $q_2 = t_1 t_3 t_5 t_7 t_8$, $q_3 = t_1 t_4 t_6 t_7 t_8$.

Для каждого сценария q_k для каждого показателя y_j строим шкалу изменения значений y_j так как показано в табл. 3. На шкале целей e_1, \dots, e_{N^*} наносим точки уровней достижимости, определяемые оптимальной альтернативой, выбранной при целеполагании [2]; на шкалы $z_{фин}, z_{врем}$ наносим допустимые точки затрат ресурсов. Далее на каждой шкале y_j размещаем пометки

переходов t_i , принадлежащих сценарию q_k , в точках, которые по мнению эксперта соответствуют y_j в момент срабатывания t_i .

Таблица 3

К пометке переходов базовой сети Петри

y_j	e_1	e_2	e_3	e_4	$z_{фин}$	$z_{врем}$
q_1						
q_2						
q_3						

На основании полученных данных определяются условия срабатывания переходов. Например, для перехода t_1 получаем формулу события:

$$s_{t_1} = (e_1 \geq 0,6) \wedge (e_2 \geq 0,3) \wedge (e_3 \geq 0,5) \wedge (e_4 \geq 0,5) \wedge (z_{фин} \leq 1000) \wedge (z_{врем} \leq 500)$$

где $e_1, \dots, e_{N^*}, z_{фин}, z_{врем}$ в условных единицах.

4. Выбор оптимального сценария

Для каждого сценария $q_k = t_{k_1}, \dots, t_{k_i}$ строим графики нарастания показателей y_j на «модельной» шкале времени $\tau = 0, 1, \dots, T$. Графики отображают кусочно-линейные функции. Для начального момента $\tau = 0$ принимаем $y(0) = 0$.

Пусть переход t_{k_1} запускает операцию f_h , которая завершается при наступлении события $s(t_{k_2})$. Переход t_{k_1} срабатывает в момент τ_{k_1} . Определим момент τ_{k_2} срабатывания перехода t_{k_2} . Для этого в системе координат $\tau - y$ вводим точку $(\tau_{k_1}, y(\tau_{k_1}))$ и из нее проводим линию $y(\tau) = y(\tau_{k_1}) + \beta_{h_j} \cdot (\tau - \tau_{k_1})$, где β_{h_j} – коэффициент линейности для операции f_h и показателя y_j см раздел 3, $\tau \geq \tau_{k_1}$. Момент τ_{k_2} определяется точкой на этой линии, для которой $s(t_{k_2}) = 1$. Процедуру повторяем для t_{k_i} следующего перехода сценария q_k и т.д. Если сценарий содержит параллельные операции (на рис. 1 сценарий q_3 операции f_4, f_5), то соответствующие им участки графика суммируются.

Пример графика возрастания показателя y дан на рис. 2.

На основе построенных графиков для каждого сценария определяются значения $y_j^{\max}(q_k)$.

Выбор оптимального сценария производится по критериям достижения максимального уровня целей и минимальных затрат (финансового и временного ресурсов). Для этого формируем интегральные показатели уровня достижимости целей и уровня затрат, соответственно:

$$I_E = \sum_{j=1}^{N^*} u_{e_j} \cdot w_{e_j}, I_Z = \sum_{r=1}^{N^{**}} z_r \cdot w_r,$$

где u_{e_j} – уровень достижимости цели e_j , w_{e_j} – вес цели e_j , z_r – затраты ресурса r , w_r – вес ресурса r . Строим Парето диаграмму

(рис. 3) для сценариев q_k в системе координат I_E, I_Z . Оптимальным является сценарий для которого $I_E = \max, I_Z = \min$.

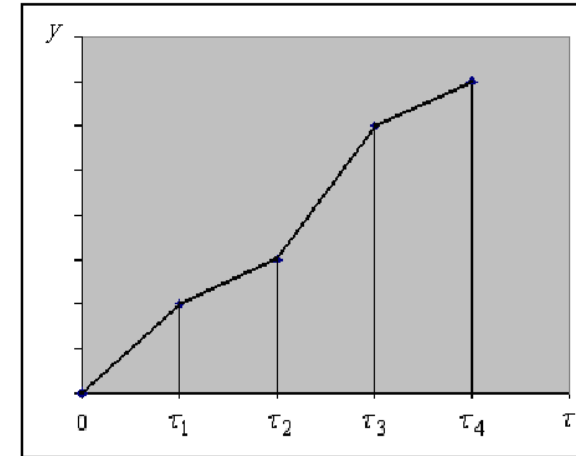


Рис. 2. График возрастания показателя y

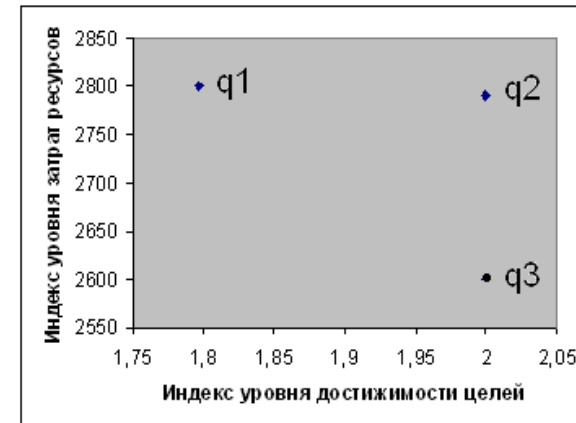


Рис. 3. Парето-диаграмма, определяющая выбор оптимального сценария

В рассматриваемом примере получаем оптимальный сценарий
 $q_3 = t_1 t_4 t_6 t_7 t_8$.

Литература

1. ПИТЕРСОН ДЖ. *Теория сетей Петри и моделирование систем*. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. – 263 с.
2. ЮДИЦКИЙ С.А., ВЛАДИСЛАВДЕВ П.Н. *Основы предпроектного анализа организационных систем*. М.: Финансы и статистика, 2005. – 128 с.