

М.В. Губко, к.т.н.
(Институт проблем управления РАН)

Управление организационными системами: сказка для научных сотрудников младшего возраста

«Профессор на экзамене спрашивает студентов: «Кто знает на пять?» Тишина. «Кто знает на четыре?» Пара рук. «Зачётки на стол». Ставит четвёрки. «Кто знает на три?» Половина аудитории. Ставит тройки. «Остальных жду на пересдаче». Вопрос из зала: «А когда пересдача?» Профессор: «Если хотите, сейчас. Кто знает на пять? ...»

Старый анекдот

Прекрасным субботним утром

Прекрасным субботним утром в квартире университетского преподавателя Владимира Ивановича Теплищева раздался звонок. Владимир Иванович оторвался от телевизора с утренними новостями и нехотя поплелся к телефонному аппарату. От субботних звонков он не ждал ничего хорошего. Предчувствие не обмануло его и на этот раз. Подняв трубку, Владимир Иванович без особого удивления понял, что звонит ему заведующий кафедрой.

– Доброе утро, Сергей Семенович, – стараясь, чтобы его голос звучал дружелюбно, ответил Владимир Иванович на приветствие заведующего.

– Владимир Иванович, у нас большая проблема возникла, – быстро, без всяких предисловий, перешел к делу Сергей Семенович, – Колесов попал в больницу, его жена мне только что звонила.

– Что с ним? – забеспокоился за коллегу Владимир Иванович. Они с Колесовым были сотрудниками одной кафедры университета.

– Да в общем-то ничего серьезного, с желудком нелады, удастся обойтись без операции, но дело в том, что из больницы его в ближайшие две недели не выпустят.

– Ага, – глубокомысленно вставил Владимир Иванович, начиная догадываться, почему заведующий кафедрой, едва узнав о болезни Колесова, позвонил именно ему.

Дело в том, что Теплищев вместе с Колесовым в понедельник должен был принимать экзамен у четвертого курса. Когда еще две недели назад заведующий кафедрой назначил их с Колесовым экзаменаторами, Владимир Иванович говорил, что два преподавателя на толпу из пятидесяти студентов на устном экзамене – это очень мало. Было понятно, что придется им с Колесовым сидеть с утра до позднего вечера, чтобы выслушать у студентов ответы на все вопросы по не самому простому предмету программы. А теперь получалось, что и Колесова на экзамене не будет.

– И кто же будет на экзамене в понедельник вместо Колесова? – вкрадчиво поинтересовался Владимир Иванович.

– Так в том-то и беда, что вместо него никого на этот экзамен я поставить не могу, – в сердцах ответил Сергей Семенович. – Ты же сам понимаешь, сессия в разгаре, все преподаватели загружены «выше крыши», включая аспирантов. Тем более, что по вашему с Колесовым предмету специалистов, способных принять экзамен, не так много.

– Что же мы будем делать? – расстроено спросил Теплищев, чувствуя, что сбываются самые неприятные его опасения, – Вы же понимаете, что одному мне не справиться, это же простая арифметика – минимум пятнадцать минут нужно на то, чтобы выслушать у одного студента билет и задать дополнительные вопросы, пятьдесят студентов, итого выходит около двенадцати часов, не включая организационных вопросов.

– Ну, не знаю, – огорчился и заведующий, – уж как-нибудь, а справляться придется. Можно экзамен на два дня разбить, или еще чего-нибудь. Подумай.

– Подумаю, – без особой надежды в голосе сказал Владимир Иванович.

И, выяснив у Сергея Семеновича адрес больницы, где лежал Колесов, чтобы как-нибудь навестить коллегу, Владимир Иванович повесил трубку.

Суэта вокруг экзамена

«Что же делать?», лихорадочно думал Теплищев, устроившись за рабочим столом. «Как мне одному принять экзамен у полусотни студентов? Неужели придется разносить экзамен на два дня? Очень не хотелось бы, тем более что вся следующая неделя у меня уже занята... Надо как-то обойтись за один день... Но тогда времени у меня хватит только на то, чтобы выслушать у каждого студента решение задачи из экзаменационного билета, да и то очень кратко. И никаких дополнительных вопросов». Владимир Иванович обхватил голову руками.

«Ведь как мы организовывали экзамен в прошлом году? Если студент решил задачу из билета, то он уже поработал на «тройку». Чтобы получить более высокую оценку, он отвечал на дополнительные вопросы. Грубо говоря, один вопрос – «на четверку», второй – «на пятерку». В этом же году получается, что никаких дополнительных вопросов не будет. Значит, оценку надо будет ставить только на основании решения задачи из билета. При этом, понятное дело, за решенную задачу придется сразу ставить студенту «пятерку», иначе выходит, что отличную оценку не получит никто, а это чревато большим скандалом. Еще обвинят в том, что я студентов валю», Теплищев слабо улыбнулся – особой злобности за ним студенты никогда не замечали.

«Давайте-ка разберемся, в чем моя цель на этом экзамене? Чтобы каждый студент получил ту оценку, которой он достоин. То есть чтобы студенты, подготовившиеся «на пятерку», получили «пятерку», те, кто подготовился «на четыре» – получили бы «четыре», ну и так далее.

Студенты же, понятное дело, заинтересованы в получении возможно лучшей оценки. Вот такой конфликт интересов у нас получается...

Если бы у меня было больше времени, я бы по ответам на дополнительные вопросы более или менее достоверно смог бы определить уровень подготовки каждого студента, как это было в прошлом году».

«Кстати, а на какие оценки студенты сдавали экзамен в прошлом году? Вроде бы, у меня где-то остался протокол прошлогоднего экзамена», Теплищев полез в стол, и через некоторое время действительно нашел прошлогодний протокол.

«Экий я запасливый», тихо порадовался он, «Так, посмотрим... Ага! В прошлом году экзамен сдавали 60 студентов, причем 21 их них получили «пятерки», 24 студента – «четверки», и еще 15 – «тройки». Незачетов в прошлом году не было. Если мы будем считать (а что еще остается делать?), что каждый получил свою оценку заслуженно и что уровень подготовки в этом году не изменился или изменился несущественно, то можно считать, что и в этом году имеем $21/60 \cdot 100\% = 35\%$ «отличников», 40% – «хорошистов» и еще 25% – «троечников».

Если я оставлю в билетах прошлогодние задачи, то все студенты их решат, и придется всем ставить «пятерки». При этом больше половины, а именно, 65% студентов, получают эти «пятерки» незаслуженно. В общем, в этом случае можно всем «автоматом» ставить пять... Тоже мне, экзамен.

Но ведь я могу вынести на экзамен и более сложные задачи, такие, что «троечники» их заведомо не решат. Тогда пятерку получают как те, кто знает «на пять», так и те, кто знает «на четыре». Те же, кто задачу не решит – это, понятное дело, «троечники», им и надо ставить «тройку». В таком случае «не свою» оценку получают только 40% студентов, а это для меня лучше, чем 65% ».

Теплищев начал выписывать варианты на подвернувшемся черновике.

«А если предложить студентам еще более сложные задачи, которые смогут решить только те, кто готов «на пять»? Не решат же эти задачи «хорошисты» и «троечники». Какую оценку я должен поставить тем, кто задачу не решит? Если я поставлю «тройку», то

все «хорошисты» получают заниженные оценки, то есть доля студентов, получивших «не свои» оценки, будет 40%, как и в предыдущем случае. А вот если я буду ставить за нерешенную задачу «четверку», то завышенные оценки получают «троечники», а их всего 25%. Остальные же студенты получают те оценки, которые заслуживают...

А можно ли еще улучшить этот результат, чтобы оценки еще точнее соответствовали способностям студентов?»

После недолгого размышления Владимир Иванович понял, что это нельзя сделать никаким подбором сложности задач для билетов и выставяемой за нерешенную задачу оценки.

Таким образом, схема получилась такая: на экзамен выносятся задачи, которые смогут решить лишь «отличники», тем же студентам, которые задачу не решат, ставятся «четверки». В результате только «троечники» получают завышенные оценки. Следовательно, относительно наилучшего варианта, в котором все 100% студентов получали бы заслуженные оценки, потери экзаменатора составляли 25%.

Дело оставалось только за задачами. Теплищев снова полез в ящики стола, где хранились подборки задач для аспирантов, а также забракованные из-за высокой сложности задачи с прошлогоднего экзамена. Примерно через час он отобрал двадцать пять задач подходящей трудности. «Ну и хватит», подумал Владимир Иванович, «Пусть некоторые студенты решают одинаковые задачи. Главное – следить, чтобы они не общались друг с другом».

А спросить не пробовали?

Однако необходимость завышать оценки «троечникам» не давала Теплищеву покоя. «Вот если бы можно было отличникам дать сложные задачи, а остальным немного попроще», думал он. «Тогда те, кто решил сложную задачу, получили бы «пятерку», те, кто не решил простую, получили бы «тройки», а остальные – «четверки». Можно, конечно, выслушав решения сложных задач, дать не решившим их студентам более простые, но тогда придется выслушивать у них решение второй задачи, а на это не хватает времени. Вот если бы каждый студент сразу взял задачу себе по силам... Студент то явно лучше меня знает, на какую оценку он подготовился. Вот только как *мне* это узнать... Не буду же я, как в старом анекдоте, спрашивать студентов, кто хочет получить «пятерку», а потом ставить оценку автоматически», вспомнив анекдот, Теплищев улыбнулся.

«Однако можно поступить и по-другому», продолжал рассуждать он. «Можно сказать, что есть, мол, задачи, в случае решения которых будет ставиться «пятерка», есть задачи «на четверку», а есть – «на тройку». Пусть каждый студент сам выбирает, какую задачу ему брать. А вот тем, кто не решит задачи, надо ставить оценки пониже, чтобы «троечникам» было не повадно выдавать себя за «отличников», выбирая сложную задачу...

Какими же должны быть эти «наказывающие» оценки?

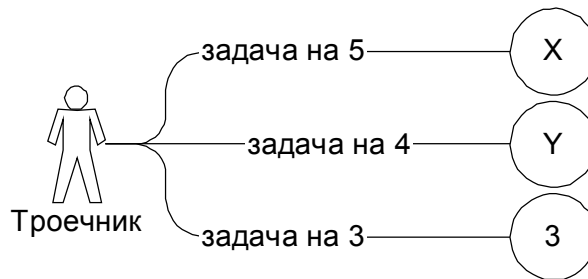
Ну понятно, что тому кто не решит «троечную» задачу, надо ставить «незачет». С остальными же студентами ситуация немного сложнее».

Теплищев достал чистый лист бумаги и стал рисовать.

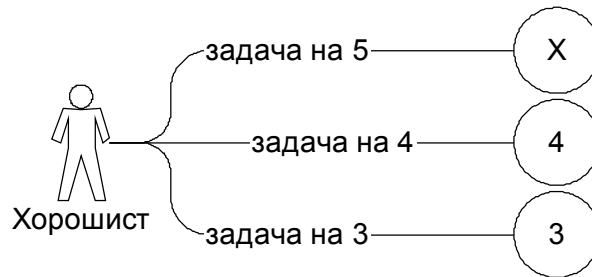
«Вот студент, который знает, что готов максимум «на тройку». Назовем его «троечником». Владимир Иванович нарисовал человечка и подписал: «троечник». «Вот я ему предлагаю три варианта задач», Теплищев провел от студента три дорожки. «Первая – это «пятерочная» задача, вторая – «четверочная», а третья – «троечная».

«Как в сказке», усмехнулся он: «Витязь на перепутье».

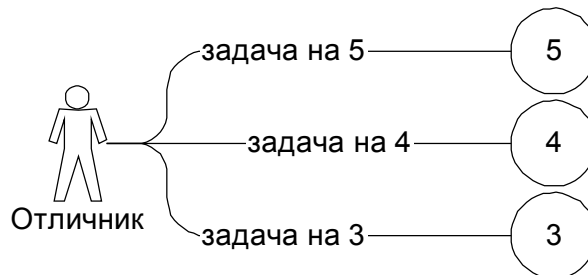
Наш студент – «троечник», он знает, что способен решить задачу «на тройку» и получить оценку «три». Пусть тем, кто выберет «пятерочную» задачу и не решит ее, я буду ставить некоторую оценку X , которую я позже определяю, а тем, кто не решит «четверочную» – оценку Y , тоже пока не определенную. «Троечник» знает, что более сложные задачи он не решит, и получит либо оценку X , либо оценку Y .



Примерно такую же картинку нарисуем и для «хорошиста», который думает, что достоин «четверки». Только он уже знает, что не сможет решить только «пятерочную» задачу, получая в этом случае оценку X.



Ну а «отличник» знает, что сможет решить любую задачу, которую я ему предложу. Для него картинка такая:



Что мне нужно, так это то, чтобы каждый из этих трех студентов выбрал свою «дорожку»: «троечник» – выбрал задачу «на тройку», «хорошист» – «на четверку», а «отличник» – «на пятерку». В то же время, понятно, что каждый из них хочет получить оценку повыше. Понятно, что «отличник» выберет верхнюю «дорожку», так как в конце нее его ждет максимальная оценка. «Хорошист» не будет выбирать нижнюю дорогу, которая обещает ему оценку 3. Чтобы ему не было выгодно идти по первой дороге, оценка X, которую он получит, выбрав ее, должна быть ниже, чем четверка, которая ждет его в случае выбора второй дороги. Владимир Иванович выписал первое условие: $X < 4$.

«Теперь перейдем к «троечнику». Мне нужно, чтобы он выбрал нижнюю дорожку. А для этого та тройка, которую он получит в этом случае, должна быть для него более привлекательной, чем оценки X и Y. То есть получаем еще два условия: $X < 3$, $Y < 3$.

Теперь эти оценки определяются однозначно – и X, и Y должны равняться «двойке», то есть «незачету». Тогда механизм сдачи экзамена будет очень простым. Я даю студентам выбрать одну из трех задач, предупредив о разной их сложности. Тех, кто не сможет решить выбранную задачу, я буду наказывать «незачетом». Тогда каждому студенту будет выгодно выбирать именно «свою» задачу и каждый получит именно ту оценку, которой он достоин! Причем для того, чтобы механизм работал, мне даже не нужно знать, сколько именно «троечников» или «отличников» среди студентов, пришедших сдавать экзамен. Сколько бы их ни было – каждый будет выбирать задачу, которой он достоин, и получать соответствующую оценку!

Значит, я смогу принять экзамен в одиночку за один день, и без всяких потерь в правильности выставления оценок!».

Широкая улыбка озарила лицо преподавателя. Он довольно потер руки: «Задачи «на пятерку» я уже отобрал, задачи «на тройку» – это задачи с прошлогоднего экзамена, осталось только подобрать группу задач «на четверку».

Пока Владимир Иванович копался в списках задач, выбирая из них подходящие, он развлекал себя сценами завтрашнего экзамена: «Приходят студенты, а за столом сижу я, и рядом три таблички: «задачи для скромных», «задачи для смелых» и «задачи для всех остальных».

Через час работы задачи были отобраны. К экзамену все было готово, и успокоенный Теплищев снова, как и утром, устроился перед телевизором.

Всяческая суэта

Но что-то не давало Теплищеву покоя. «Как-то слишком просто все получается», размышлял Владимир Иванович. «Если бы так просто было заставить студентов сообщать свой уровень подготовки, процедура сдачи любого экзамена давно была бы упрощена так, как это сделал я. Видимо, в реальности все несколько сложнее. Слишком уж простая модель у меня получается.

Давайте-ка проанализируем предположения модели на предмет их обоснованности», думал Теплищев. «Во-первых, конечно, весьма сильным предположением является тот факт, что я отобрал именно такие задачи, которые сможет решить та и только та группа студентов, на которую эти задачи рассчитаны. То есть завтра на экзамене может встретиться студент, который, вообще говоря, по совокупности своих знаний достоин «четверки», но не смог решить какую-нибудь отдельную «четверочную» задачу... Как мне тогда поступить?

С другой стороны – это личные проблемы студента. Моя задача состоит в том, чтобы выявить его уровень подготовки к экзамену, при этом я считаю, что уровень оценки «четыре» определяется именно сложностью тех задач, которые я выбрал». Так что первое предположение модели проверку на прочность выдержало.

«Однако есть и другой случай. Есть ведь студенты, которые искренне считают себя достойными «пятерки», несмотря на то, что с моей точки зрения их знания можно оценить лишь на «четыре», причем таких студентов, пожалуй, не меньше, чем трезво оценивающих свои способности на «четверку». «Троечники» – те обычно более адекватно оценивают свои способности.

Тогда получается следующая картина. Студентов можно разделить на следующие группы. Есть «троечники», которые знают, что они готовы «на тройку». Есть студенты, которые правильно оценивают, что они готовы сдать экзамен «на четыре». Есть студенты, которые считают, что готовы «на пятерку», и действительно достойные отличной оценки. Но есть и такие, что оценивают свою готовность в пять баллов, но с объективной точки зрения достойные только «четверки».

Теплищев почувствовал, что с придуманным механизмом приема экзамена что-то неладно, вернулся за рабочий стол, и стал рассуждать:

«Возьмем студента, который считает себя готовым «на пятерку». Какова с его точки зрения вероятность того, что он действительно готов «на пять»? Введем параметр P , равный доле студентов, которые переоценивают себя, среди всех студентов, считающих себя достойными «пятерки».

Так, если $P = 30\%$, то 30% студентов, претендующих на оценку «пять», переоценивают свои способности, если же $P = 75\%$, то только каждый четвертый из них верно оценивает свой уровень подготовки.

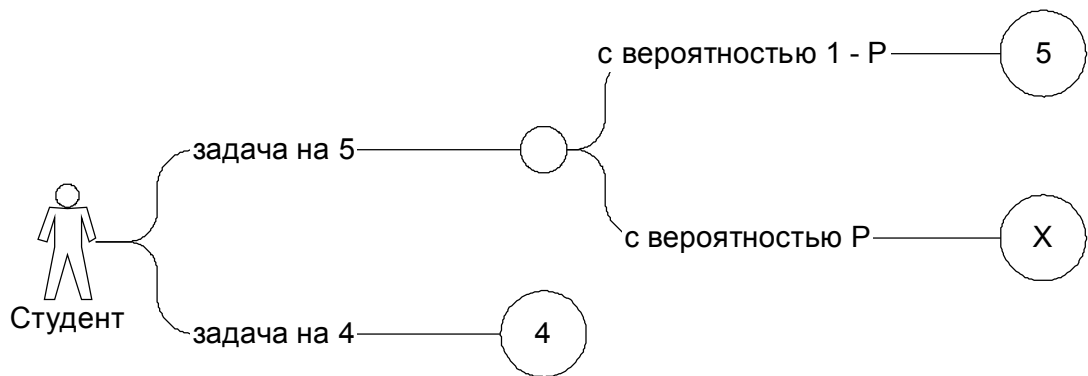
Что же произойдет, если я буду использовать мой механизм приема экзамена? Все студенты, которые верно оценивают свои способности, по-прежнему будут выбирать «свои» задачи, и здесь все хорошо. А вот те, кто себя переоценивают (их доля от общего числа студентов составляет $35\% \cdot P / (1 - P)$), будут выбирать «пятерочную» задачу, которая им не по силам. Они получают «незачет», вместо «четверки», которую они, по идее, заслу-

живают. Значит, мои потери, как организатора экзамена, составят $35\% \cdot P / (1 - P)$. Если, скажем, $P = 30\%$, то потери будут $100\% \cdot 0.35 \cdot 0.3 / 0.7 = 15\%$. А вот если переоценивающих себя студентов много, и P , скажем, равно 50% , то мои потери будут уже 35% , что хуже даже, чем в самом простом механизме, где всем студентам задается сложная задача, а не решившим ее ставится «четверка». Не говоря уже о том, что все эти (не самые плохие!) студенты придут ко мне на пересдачу, и мне снова придется принимать у них экзамен.

Нет, пожалуй я не совсем прав. Студенты из «проблемной» группы ведь уже не раз на предыдущих экзаменах видели, что далеко не все, кто считают себя достойными «пятерки», ее получают. Значит, они знают, что есть та самая вероятность P того, что они переоценивают себя. В этом смысле значение P можно рассматривать, как показатель неуверенности студента в своих силах – чем P выше, тем меньше шансов у студента получить отличную оценку. Например, если P будет очень близким к единице, то все такие студенты предпочтут выбрать задачу «на четверку», так как будут считать малыми свои шансы сдать «на пять».

Ну, а мне то что выгодно? В идеале мне бы хотелось, чтобы все студенты, кто реально готов «на пять» брали «пятерочную» задачу, а те, кто переоценивает себя – «четверочную». Однако очевидно, что заставить эти категории студентов вести себя по-разному невозможно, так как у них одинаковые исходные представления о ситуации (все они считают себя достойными «пятерки»). Поэтому мне придется выбирать, что лучше: чтобы они все выбрали задачу «на четыре» (тогда настоящие отличники получают заниженную оценку), или все они выбрали задачу «на пять» (тогда «незачет» получают те, кто переоценивает себя). Мне в этом случае выгодно, чтобы неправильную оценку получила меньшая часть студентов, то есть если $P \leq 0.5$, то лучше пусть все берут билет «на пятерку», а если $P > 0.5$, то все – «на четверку».

Пусть студент «проблемной» группы знает долю P переоценивающих себя студентов. Тогда он думает, что взяв задачу «на пятерку», он с вероятностью $1 - P$ получит оценку «пять», а с вероятностью P получит оценку X , которая полагается за нерешенную «пятерочную» задачу. Если же он выберет «четверочную» задачу, то он достоверно получит оценку «четыре». Владимир Иванович нарисовал следующую картинку:



Таким образом, выбор «пятерочной» задачи для студента – это рискованная *лотерея*, в которой проигрышем (с вероятностью P) является оценка X , а выигрышем (с вероятностью $1 - P$) – оценка 5 . При этом усредненная оценка, которую получит в этом случае студент, равна $P \cdot X + (1 - P) \cdot 5$. Тогда студент будет выбирать самую сложную задачу, только если эта средняя оценка будет лучше, чем «четверка», то есть если $P \cdot X + (1 - P) \cdot 5 > 4$. В противном случае студент выберет задачу «на четыре» и не будет рисковать. Если же средняя оценка будет строго равна четверке, то студенту, по идее, должно быть все равно, какую задачу выбирать».

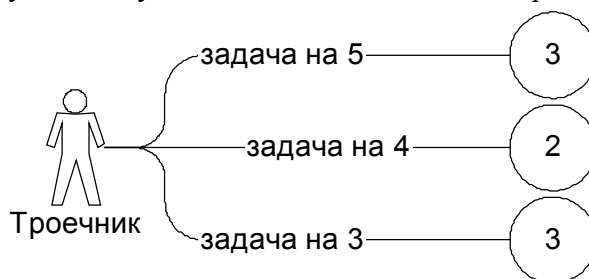
Здесь Владимир Иванович слегка поморщился. Конечно, ниоткуда не следовало, что лотерея, в которой студент с вероятностью 33% получает «незачет», а с вероятностью 67% – «пятерку», будет для этого студента равнозначна альтернативе достоверно полу-

чить «четверку». Для многих студентов незачет – это большая трагедия, ситуация, которой надо избегать во что бы то ни стало. «Ладно, запишем это мое сомнение в слабые места модели, а пока продолжим», в нетерпении отмахнулся от себя самого Теплищев.

«Я хочу подобрать оценку X таким образом, чтобы в том случае, когда вероятность P получения оценки X меньше 50%, студент выбирал бы задачу «на пятерку», а если меньше 50%, то задачу «на четверку». Тогда получается, что для вероятности, равной ровно 50%, студент должен быть безразличен между «четверкой», и средней оценкой $P \cdot X + (1 - P)$. Значит, оценку X можно найти из уравнения $0.5 \cdot X + 0.5 \cdot 5 = 4$. Его решение – $X = 3$.

Значит, если тем, кто выберет задачу на «пятерку» и не решит ее, вместо «незачета» я буду ставить «три», то я добьюсь как раз нужного мне режима «переключения»!

Продолжим проверку. Выбрав $X = 3$, я ослабил наказание за нерешенную задачу. Не станет ли теперь троечникам выгодно притворяться отличниками? Посмотрим... Теперь выбор троечника будет следующим». Теплищев опять нарисовал картинку:



Действительно, теперь троечнику все равно, брать ли свою «троечную» задачу, или брать задачу «на пять». Результат для него будет одинаковым – он получит оценку «три». Но ведь и мне все равно – пусть притворяется отличником, если хочет – все равно получит «тройку», которой заслуживает ...»

Так Владимир Иванович принял решение изменить наказание за нерешенную «пятерочную» задачу для того, чтобы сомневающиеся студенты делали тот выбор, который был нужен ему.

Знаешь – скажи, не знаешь – узнай и скажи

«Жаль все-таки, что не получается разделить настоящих «отличников» и тех, кто только думает, что достоин высшей оценки», тем временем думал Теплищев. «Эх, если было время принять две задачи хотя бы у некоторых студентов! Тогда бы я точно всех разделил... Не рано ли я отказался от наказания в виде «незачета» для тех, кто не решил самую сложную задачу? Я бы не ставил пока этим студентам «незачет», но и ничего другого не ставил бы, а сказал бы, чтобы за «четверкой» они приходили на пересдачу...»

Нет, не выйдет. Если я больше десятка студентов отправлю на пересдачу, заведующий кафедрой мне такой разнос устроит – мало не покажется. Да и студентам лишние переживания ни к чему». Владимир Иванович устало положил голову на руки.

«Надо все же экзамен у всех студентов за один день принять. А значит, студентам, не решившим сложную задачу, придется давать еще задачу «на четыре», а потом слушать их ответ».

«А ведь сами студенты заинтересованы в том, чтобы достоверно узнать уровень своей подготовки! Если каждый студент, считающий себя достойным «пятерки», перед тем, как брать задачу, смог бы проверить свой реальный уровень знаний, это помогло бы ему избежать той самой рискованной лотереи, которая и мне очень сильно мешает.

Тогда я смог бы вернуться к той красивой модели, в которой каждая категория студентов выбирала себе вопрос ровно по силам – не выше и не ниже. Значит, я должен заставить студентов еще до экзамена выяснить для самих себя уровень своих знаний, а для этого организовать что-то вроде предварительного тестового задания. Причем его нужно составить так, чтобы мне не пришлось выслушивать ответы студентов, а они сами могли

легко проверить правильность решения. Для этого я отберу несколько сложных задач, из тех, что «на пятерку», с однозначным и кратким ответом, правильность которого смогут проверить сами студенты.

Отличие этого предварительного задания от экзаменационного билета состоит в том, что в первом случае студентам невыгодно доказывать, что они решили задачу правильно, если на самом деле задача решена неверно. Здесь не возникает того самого конфликта интересов, с которым мы сталкиваемся во время экзамена – на предварительном задании интересы студента и преподавателя совпадают! И тот, и другой стремятся выяснить реальный уровень знаний. Я даже буду настаивать на анонимности результатов этого предварительного задания, чтобы студенты были уверены, что его результаты никак не сказываются на экзаменационной оценке.

Тогда студентов, которые претендуют на «пятерку», я предупрежу, что требования для получения высшей оценки довольно высокие, и далеко не все, кто рассчитывает на пятерку, ее получают. Затем я предложу им перед тем как брать «пятерочный» билет протестировать свои силы, решив задачку и самостоятельно проверив правильность решения.

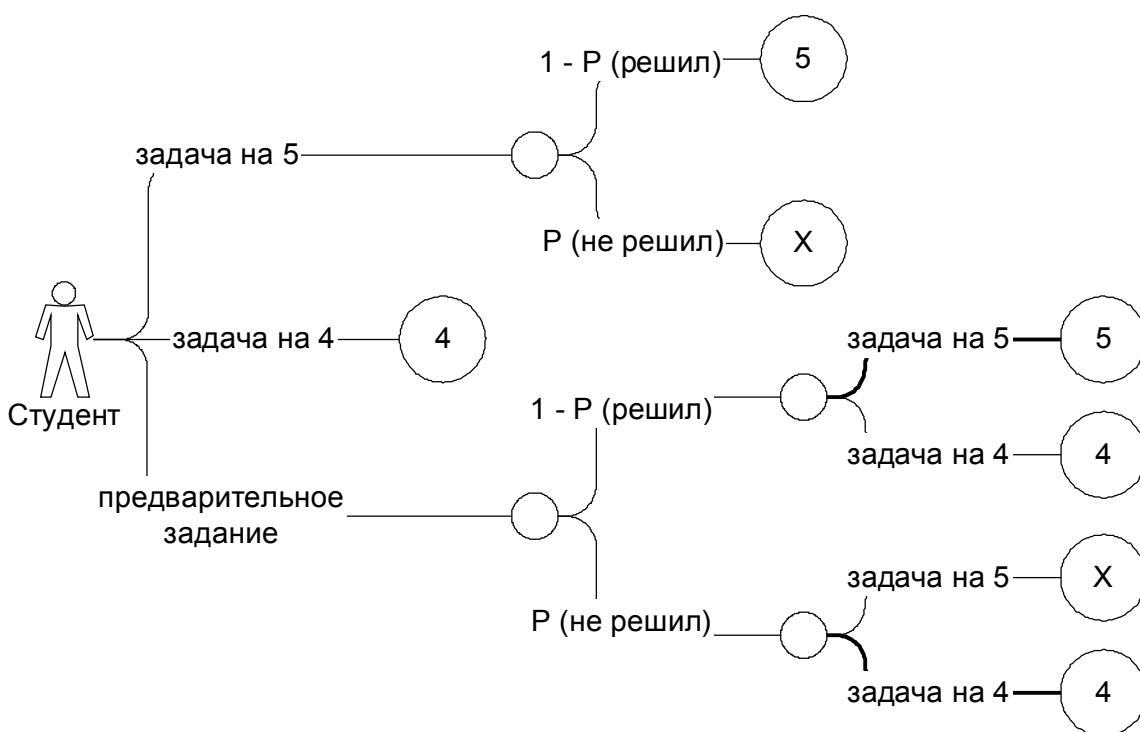
А уж после этого, увидев результаты этого предварительного теста, пусть студенты берут тот билет, который хотят».

«Сейчас мы все это нарисуем», подумал Теплицев, и достал очередной лист бумаги.

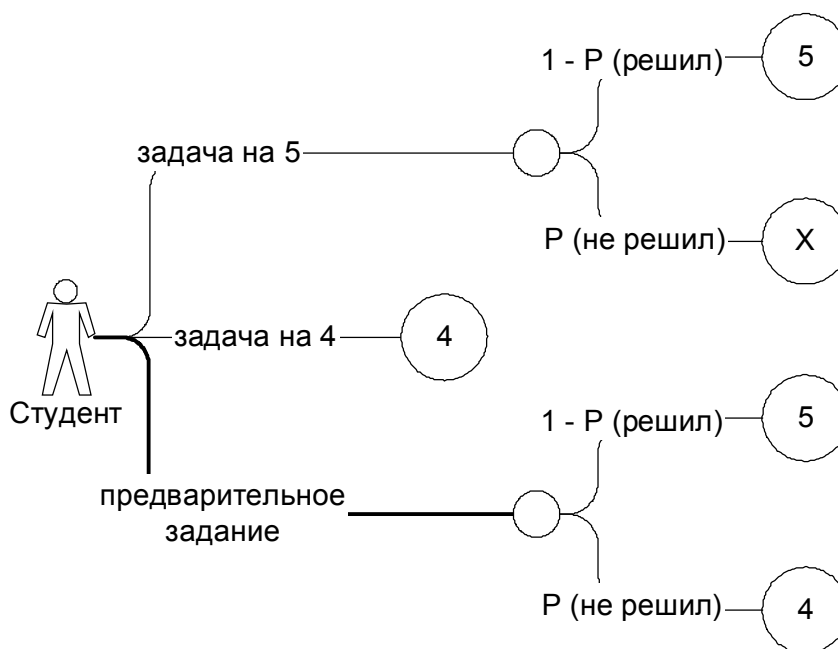
«Вот студент, который считает себя достойным «пятерки». Он может либо сразу взять «четверочную» задачу, и получить оценку «четыре». Он может взять задачу «на пять», и тогда с вероятностью P он получит «наказывающую» оценку X , то есть, «три» (или «незачет», как было раньше), а с вероятностью $1 - P$ получит оценку «пять».

Но у студента есть еще один путь. Он может взять предварительное задание. Если он его решит, то может быть уверенным в том, что сможет решить и «пятерочную» задачу, то есть, его знания достойны «пятерки». Если же он не решит предварительное задание, то он должен понять, что «пятерка» на экзамене ему не светит, а вот на «четверку» он еще может рассчитывать.

При этом до того, как студент возьмет предварительное задание, он считает, что с вероятностью P он не сможет справиться с ним, а с вероятностью $1 - P$ – справится».



«Эту картинку можно упростить», присмотревшись, подумал Владимир Иванович. «Понятно, что если студент решит предварительное задание, то на последнем шаге он выберет «пятерочную» задачу и в результате получит оценку «пять». Если же студент не решит предварительное задание, то ему выгодно брать «четверочный» билет и получать свою заслуженную «четверку», так как у него остается выбор между «четверкой», и оценкой X. Значит, выбор на последнем шаге можно вовсе убрать с картинки», Теплицев взял в руки ластик, «и тогда она будет выглядеть следующим образом».



«Как же будет действовать студент на первом шаге?»

Давайте-ка посмотрим. Выбрать нижнюю дорожку – предварительное задание – для него будет лучше, чем сразу взять «четверочный» билет, так как во втором случае он точно получит «четверку», а в случае предварительного задания у него есть шанс (с вероятностью $1 - P$) получить высшую оценку.

Но выбор нижней дорожки также будет лучше для него, чем сразу брать задачу «на пять». Хотя этот выбор и не избавляет его от риска, так как «пятерку» он все равно получит с вероятностью $1 - P$, но зато у него нет риска получить «три» или «незачет». Действительно, нижняя дорожка отличается от верхней только тем, что вместо риска получить оценку X («тройку» или «незачет») на верхней дорожке, на нижней дорожке есть ровно такой же риск получить «четверку». Значит, студент, который рассчитывает на «пятерку», будет всегда брать предварительное задание», тут Владимир Иванович усмехнулся, очень довольный собой.

«И получается замечательная картина – каждый студент, который знает свои способности, сразу возьмет себе билет по силам. Те же, кто в своих способностях сомневаются, выберут предварительное задание, выяснят свой уровень подготовки, и, опять-таки, возьмут билет ровно себе по силам, не претендуя на большее. Таким образом, все 100% студентов получают именно те оценки, которых достойны! Введя возможность предварительного тестирования, я справился с проблемой переоценки студентами своих знаний. Причем все это не потребует с моей стороны почти никаких дополнительных временных затрат!

Для тех, кто претендует на «пятерку», экзамен, конечно, продлится дольше, так как им нужно будет время для решения предварительного задания. Но мне не придется тра-

тить время на проверку правильности решений, так как они сами вполне объективно себя оценят.

Надо теперь весь этот экзаменационный порядок записать, чтобы до понедельника ничего не забыть».

Владимир Иванович достал уже который по счету лист бумаги и написал:

«Студентам, пришедшим на экзамен, я предлагаю выбрать из нескольких вариантов билетов. Есть билеты «на тройку», есть билеты «на четверку», есть билеты «на пятерку». Тем, кто правильно решил задачу из билета, ставится оценка в соответствии со сложностью билета. Тем, кто задачу не решил или решил ее неправильно, ставится «незачет». Я предупреждаю студентов о том, что требования для получения отличной оценки довольно высокие, и многие из тех, кто считает себя достойным «пятерки», на самом деле могут рассчитывать только на «четыре». Тем, кто сомневается в уровне своей подготовки, я, по их желанию, даю предварительное задание, которое представляет собой пример требований на «пятерку». Задачи из предварительного задания подобраны так, что студент может самостоятельно проверить правильность решенных им задач. После того, как студент решит (или не решит) задачу из предварительного задания, он выбирает экзаменационный билет по своему желанию и готовит на него ответ».

Владимир Иванович подошел к окну. Солнце уже вовсю катилось вниз по ясному небу, медленно скрываясь за крышами домов.

«Вот я и потратил целый день на то, чтобы день себе сэкономить», без особой грусти подумал Владимир Иванович. «Отдохнуть в субботу не получилось, зато я придумал оригинальный метод приема экзамена. Только, главное, не надо про то, что я придумал, заведующему кафедрой рассказывать, а то ведь тогда он впредь на прием экзамена больше одного преподавателя выделять не будет».

«Пойду я все же отдохну немного», решил Теплицев, и направился к дивану рядом с забытым на целый день телевизором.

Прекрасный субботний день подходил к концу.